

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Рукович Александр Владимирович

Должность: Директор

Дата подписания: 08.07.2024 11:24:03

Уникальный программный ключ:

f45eb7c44954caac05ea7d4f32eb0d7d6b5cb76aeb09b4bda094a1ada1b765f

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«СЕВЕРО-ВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.К. АММОСОВА»

Технический институт (филиал) ФГАОУ ВО «СВФУ» в г. Нерюнгри

Кафедра Математики и информатики

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Б1.О.13 Математика

для программы бакалавриата

по направлению подготовки 13.03.02 - Электроэнергетика и электротехника

Направленность (профиль) программы: Электропривод и автоматика

Форма обучения: заочная

Нерюнгри 2024

УТВЕРЖДЕНО на заседании
выпускающей кафедры ЭПиАПП
«26» апреля 2024 г., протокол № 13
Заведующий кафедрой _____ / Рукович А.В.
«26» апреля 2024 г.

УТВЕРЖДЕНО на заседании
обеспечивающей кафедры МиИ
«24» апреля 2024 г., протокол № 10
Заведующий кафедрой _____ / Самохина В.М.
«24» апреля 2024 г.

СОГЛАСОВАНО:

Эксперты¹:

Шабо К.Я., к.т.н., доцент кафедры ЭПиАПП _____
Ф.И.О., должность, организация подпись

Похорукова М.Ю., к.т.н., доцент кафедры МиИ _____
Ф.И.О., должность, организация подпись

СОСТАВИТЕЛЬ (И):

Самохина В.М., к.п.н, доцент кафедры МиИ _____
Ф.И.О., должность, организация подпись

¹ Эксперт первый: со стороны выпускающей кафедры (или работодатель). Экспертвторой: со стороныобеспечивающейкафедры.

Паспорт фонда оценочных средств
по дисциплине (модулю) **Б1.О.13Математика**

1 семестр

№	Контролируемые разделы (темы)	Планируемые результаты освоения программы (содержание и коды компетенций)	Требования к уровню усвоения компетенции	Наименование оценочного средства
1.	Линейная алгебра	ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	знать: основы аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной; теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики; уметь: применять соответствующий математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач владеть: навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности с применением методов математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей и математической статистики	Практические занятия Тестирование Экзамен
2.	Векторная алгебра			Практические занятия Тестирование Экзамен
3.	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве			Практические занятия Тестирование Экзамен
4.	Пределы и последовательности. Первый и второй классические пределы.			Практические занятия Экзамен
5.	Дифференцирование функции одной переменной. Исследование и построение графика с помощью производной.			Практические занятия Тестирование Экзамен РГР
6.	Комплексные числа			Практические занятия Тестирование Экзамен

2 семестр

№	Контролируемые разделы (темы)	Планируемые результаты освоения программы (содержание и коды компетенций)	Требования к уровню усвоения компетенции	Наименование оценочного средства
7.	Неопределенный и определённый интегралы.	ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	знать: основы аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной; теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики; уметь: применять соответствующий математический аппарат, методы анализа и	Практические занятия Экзамен РГР
8.	Приложения определённого интеграла.			Практические занятия Экзамен РГР
9.	Функции многих переменных. Основные понятия. Дифференцирование и интегрирование. Исследование функций.			Практические занятия Экзамен
10.	Теория рядов			Практические занятия Экзамен

			моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач владеть: навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности с применением методов математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей и математической статистики	
--	--	--	---	--

3 семестр

№	Контролируемые разделы (темы)	Планируемые результаты освоения программы (содержание и коды компетенций)	Требования к уровню усвоения компетенции	Наименование оценочного средства
11.	Основные понятия дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения I порядка.	ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	знать: основы аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной; теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики; уметь: применять соответствующий математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач владеть: навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности с применением методов математического анализа, линейной алгебры и геометрии, теории вероятностей и математической статистики	Практические занятия РГР Экзамен
12.	Дифференциальные уравнения II и высших порядков.			Практические занятия Экзамен РГР
13.	Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия. Виды.			Практические занятия Экзамен
14.	Теория функции комплексного переменного.			Практические занятия Экзамен РГР
15.	Двойные и тройные интегралы.			Практические занятия Экзамен
16.	Основные разделы теории вероятностей и математической статистики.			Практические занятия Экзамен РГР

Кафедра математики и информатики

Программа экзамена

Экзамен по дисциплине проводится в форме собеседования по экзаменационным билетам. Экзаменационный билет включает один теоретический вопрос и два практических задания.

Вопросы к экзамену:

1 семестр

1. Функция одной переменной. Основные понятия. Поведение функции. Графики элементарных функций.
2. Матрицы. Основные понятия.
3. Определители. Основные понятия. Определители второго, третьего порядка.
4. Методы вычисления определителей n – го порядка.
5. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
6. Системы линейных уравнений. Основные понятия.
7. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
8. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера.
9. Невырожденные матрицы. Обратная матрица.
10. Матричный метод решения невырожденных линейных систем.
11. Операции над многочленами.
12. Корни многочленов. Теорема Безу.
13. Схема Горнера. Кратные корни.
14. Рациональные дроби. Основные понятия.
15. Полярные координаты. Зависимость между прямоугольными и полярными координатами.
16. Вектор. Основные понятия.
17. Скалярное произведение векторов. Свойства.
18. Векторное произведение векторов. Свойства.
19. Смешанное произведение векторов. Свойства.
20. Выражение скалярного произведения векторов через координаты сомножителей.
21. Выражение векторного произведения векторов через координаты сомножителей
22. Выражение смешанного произведения векторов через координаты сомножителей.
23. Уравнение линии на плоскости. Виды уравнений прямой на плоскости.
24. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.
25. Общее уравнение плоскости. Виды уравнений плоскости.
26. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
27. Угол между плоскостями. Взаимное расположение двух плоскостей.
28. Прямая в пространстве.
29. Взаимное расположение прямой и плоскости.
30. Эллипс. Каноническое уравнение.
31. Гипербола. Каноническое уравнение.
32. Парабола. Каноническое уравнение.
33. Поверхности вращения. Поверхности вращения второго порядка.
34. Классификация поверхностей второго порядка.

35. Вычисление пределов числовых последовательностей.
36. Вычисление пределов функций. Раскрытие различных типов неопределенностей.
37. Исследование функций на непрерывность. Нахождение точек разрыва и их типов.
38. Определение производной функции одной переменной. Геометрический и механический смысл производной.
39. Вычисление производной сложной функции. Нахождение дифференциала функции.
40. Дифференцирование функции заданной в параметрическом виде и неявной функции.
41. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.
42. Исследование функций с помощью производных и эскизное построение графиков.

Типовое практическое задание

1. Исследовать СЛУ на совместимость и помощью правила Крамера
- 2.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 7 & -2 & 3 \\ 3 & 5 & 1 & 5 \\ -2 & 5 & -5 & -4 \end{array} \right)$$

1. Вывести уравнение геометрического места точек, для которых отношение расстояния до точки $F(-4,0)$ к расстоянию до прямой $4x + 25y = 0$ равно $\frac{4}{5}$.

2 семестр

1. Первообразная функция. Неопределённый интеграл и его свойства.
2. Основные методы интегрирования.
3. Разложение рациональных дробей на простейшие.
4. Интегрирование простейших дробей.
5. Интегрирование иррациональных функций.
6. Интегрирование тригонометрических функций.
7. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определение.
8. Методы решения определённого интеграла.
9. Свойства определённого интеграла.
11. Несобственные интегралы.
12. Геометрические приложения определённого интеграла.
13. Физические приложения определённого интеграла.
14. Функция многих переменных. Основные понятия (определение, область определения, область значения, график, поведение функции).
15. Частные производные первого и второго порядков функции многих переменных.
16. Производные высших порядков функции многих переменных.
17. Дифференциал функции многих переменных, первого и высших порядков.
18. Исследование функции многих переменных на экстремум.

Типовое практическое задание

1. Вычислить интеграл от тригонометрической функции $\int \sin^2 x dx$
2. Вычислить определённый интеграл, используя разложение в ряд подынтегральной функции (с точностью до 0,001).

$$\int_0^1 e^{\frac{1}{x}} dx$$

3 семестр

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

2. Простейшие дифференциальные уравнения.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Однородные уравнения.
5. Линейные уравнения.
6. Уравнение Бернулли.
7. Уравнение Риккати.
8. Уравнения в полных дифференциалах.
9. Дифференциальные уравнения первых порядков. Общие понятия.
10. Неоднородные линейные уравнения.
11. Метод вариации постоянных для линейных неоднородных уравнений n-го порядка.
12. Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай различных вещественных корней характеристического уравнения.
13. Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай комплексных корней характеристического уравнения.
14. Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней характеристического уравнения.
15. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
16. Числовые ряды. Основные понятия.
17. Необходимый признак сходимости положительного числового ряда.
18. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов.
19. Знакопеременные числовые ряды. Основные понятия. Признаки сходимости.
20. Функциональные ряды. Основные понятия.
21. Степенные ряды. Виды. Основные понятия. Радиус и область сходимости степенного ряда.
22. Основные понятия теории вероятностей.
23. Случайные события и действия над ними.
24. Классическое определение вероятности.
25. Геометрическое определение вероятности.
26. Теорема сложения вероятностей.
27. Теорема умножения вероятностей.
28. Формула Байеса
29. Формула полной вероятности.
30. Схема Бернулли.
31. Локальная и интегральная теорема Лапласа.
32. Наивероятнейшее число наступления события
33. Дискретная случайная величина, ее закон распределения вероятностей и числовые характеристики.
34. Геометрическое распределение. Числовые характеристики.
35. Биномиальное распределение. Числовые характеристики.
36. Распределение Пуассона. Числовые характеристики.
37. Непрерывная случайная величина, ее плотность распределения вероятностей и числовые характеристики.
38. Нормальное распределение. Числовые характеристики.
39. Показательное распределение. Числовые характеристики.
40. Равномерное распределение. Числовые характеристики.

Типовое практическое задание

1. Решите уравнение методом вариации постоянной: $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$.
2. В группе студентов 12 юношей и 8 девушек. Экзамен по математике сдаст, как правило, 70 % юношей и 80 % девушек. Найти вероятность того, что первый человек, вышедший из аудитории, сдаст экзамен по математике.

Критерии оценки:

Компетенции	Характеристика ответа на теоретический вопрос / выполнения практического задания	Количество набранных
-------------	--	----------------------

		баллов
ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно раскрыты основные положения вопросов; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий. Знание по предмету демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	9-10 б.
	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен. Могут быть допущены 2-3 неточности или незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью преподавателя.	7-8 б.
	Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть значение обобщенных знаний не показано.	5-6 б.
	Ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса по билету с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. <i>или</i> Ответ на вопрос полностью отсутствует <i>или</i> Отказ от ответа	0 б.
ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	Практическое задание выполнено, верно, отсутствуют ошибки различных типов. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	9-10 б.
	Практическое задание выполнено в полном объеме. Допущена незначительная ошибка.	7-8 б.
	Допущены несколько незначительных ошибок различных типов.	5-6 б.
	Допущены значительные ошибки. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. <i>или</i> Выполнение практического задания полностью неверно, отсутствует	0 б.

Кафедра математики и информатики

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

по теме

«Производная и дифференциал функции»

Задание 1.

Вычислить производную, пользуясь определением производной.

1. $y = \frac{1}{x^3} + 2 \cos x$

18. $y = 3^{x^2}$

2. $y = 5 \cos 2x + \sin x$

19. $y = \frac{1}{e^x + 2x} - \cos x$

3. $y = \frac{1}{2x^2} + \operatorname{ctgx}$

20. $y = 4 \cos 2x - x$

4. $y = \frac{1}{e^x + 2}$

21. $y = \sin 2x - \frac{1}{2x^2}$

5. $y = 2^{x^2}$

22. $y = \sin \frac{x}{2} - e^x$

6. $y = \frac{1}{e^{4x} + 1}$

23. $y = e^{-x} + 4 \cos x$

7. $y = -\operatorname{tgx} - 4x$

24. $y = 2x^2 - 3x - \frac{1}{x}$

8. $y = 2x^3 + 5 \cos x - 4 \sin x$

25. $y = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{3}$

9. $y = \sqrt[4]{x^3} + \sin x$

26. $y = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \cos x$

10. $y = 3x - 2\sqrt{x}$

27. $y = 3x - 2\sqrt{x} - \operatorname{tgx}$

11. $y = \sin 2x + 4x$

12. $y = \cos \frac{x}{2} - x$

28. $y = \frac{1}{x+2} - \sin x$

13. $y = \sqrt{1+3x} + \cos x$

29. $y = \frac{1-x^3}{\pi} - \operatorname{ctgx}$

14. $y = \frac{1}{2x+1} - \operatorname{tgx}$

30. $y = \sqrt{x}(x^3 - \sqrt{x} + 1)$

15. $y = \frac{1}{x} + \operatorname{tgx}$

31. $y = \cos(x+2) - \frac{1}{x}$

$$16. y = 2x^3 - x^2 + 1 + \operatorname{tg} x$$

$$17. y = \frac{1}{x} + e^x + \sin x$$

$$32. y = \frac{1}{x^2 - 4} + \cos x$$

$$33. y = \operatorname{tg} x - x^3 + 4x$$

$$34. y = x^3 - \operatorname{ctg} 3x$$

$$35. y = 4x \cos x$$

Задание 2.

Вычислить производную сложной функции.

$$1. y = \lg(x^2 - \cos x)$$

$$2. y = 5 \operatorname{tg} \frac{x^2}{5} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}$$

$$3. y = \sin \frac{x^3}{2} \sin 2x$$

$$4. y = e^{2x+3} \left(x^2 - x \cos x + \frac{1}{2} \right)$$

$$5. y = \frac{2 \sin^2 3x}{\cos 2x}$$

$$6. y = \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + \operatorname{ctg} \frac{x}{2}}{\sqrt{x}}$$

$$7. y = \operatorname{arctg}(x^2 - 3x + 2)$$

$$8. y = \frac{2x}{\sqrt[3]{x \cos x + \sqrt{x}}}$$

$$9. y = \sin x \cdot e^{\cos x}$$

$$10. y = e^{-x^2} \ln x$$

$$11. y = \operatorname{arctg} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

$$19. y = \arccos \sqrt{1 - 3e^x}$$

$$20. y = \log_3(x^2 - \sin 2x)$$

$$21. y = \ln \frac{2x + \sqrt{1 - x^2}}{x}$$

$$22. y = 3x \cdot 10^{\sqrt{2x}}$$

$$23. y = \ln \operatorname{arctg} \frac{1}{1 + 2x}$$

$$24. y = x \arcsin(\ln x)$$

$$25. y = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 2x}$$

$$26. y = 2^{\frac{x}{\ln 2x}}$$

$$27. y = \frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}$$

$$28. y = \sin^2 \left(\frac{1 - \ln x}{2x} \right)$$

$$29. y = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x + \sin^3 2x}$$

$$12. y = \sin^2 \frac{x}{3} \operatorname{ctg} \frac{x^2}{2}$$

$$13. y = \frac{\sqrt[9]{4x^5 + 2 \cos x}}{3x^2 e^x}$$

$$14. y = x \operatorname{arctg} x - \sqrt{3x}$$

$$15. y = \cos 2x^2 \ln 3x$$

$$16. y = \arcsin(n3x^2), n\text{-число}$$

$$17. y = x - \sqrt{1-x^2} \arcsin 3x$$

$$18. y = \cos \frac{\arcsin x}{2}$$

$$30. y = \frac{1 + x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$31. y = e^x \sin x \cos^3 2x$$

$$32. y = x \sqrt{1+x^2} \sin x$$

$$33. y = e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}}$$

$$34. y = \sqrt{x^2 + 1} - \ln \left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right)$$

$$35. y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg} \frac{x}{2}}$$

Задание 3.

Вычислить производную функции заданной параметрически.

$$1. \begin{cases} x = 2e^t \\ y = e^{-t} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos 2t \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x = \sin t \\ y = a^t \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x = t^2 - 2t \\ y = 4 \sin t \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = t^2 + 2t \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x = 2^{t-1} \\ y = \frac{1}{4}(t^3 + 1) \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 2t^2 - \cos t \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x = \operatorname{tg} t \\ y = \sin 2t + 2 \cos 2t \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x = \cos t - \frac{t^2}{2} \cos 2t \\ y = \sin t - \frac{t^2}{2} \sin 2t \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x = a \cos t \sqrt{2 \cos 2t} \\ y = a \sin t \sqrt{2 \cos 2t} \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x = \frac{1 + \ln t}{t^2} \\ y = \frac{3 + 2 \ln t}{t} \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x = a(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = a(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \\ y = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x = \ln \frac{1 + \sqrt{1+t^2}}{t} \\ y = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x = \cos 4t^2 \\ y = 2t + 2 \sin t \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x = \frac{t+1}{t} \\ y = \frac{t-1}{2t} \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x = \frac{1+t^3}{t^2-1} \\ y = \frac{t}{t^2-1} \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \operatorname{arctgt} \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = t^3 + 1 \\ y = t^2 + t + 1 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x = \frac{3at^2}{1+t^3} \\ y = \frac{3at^2}{1+t^3} \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x = \varphi(1 - \sin \varphi) \\ y = \varphi \cos \varphi \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x = a(\varphi - \sin \varphi) \\ y = a(1 - \cos \varphi) \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x = 2t \operatorname{tgt} \\ y = 2 \sin^2 t + \sin 2t \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = t^3 - t \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x = \frac{1+t}{t^3} \\ y = \frac{3}{2t^2} + \frac{2}{t} \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x = t(t \cos t - 2 \sin t) \\ y = t(t \sin t + 2 \cos t) \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} x = 2 \ln \operatorname{ctgt} + 1 \\ y = \operatorname{tgt} + \operatorname{ctgt} \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x = \frac{at^2}{1+t^2} \\ y = \frac{at\sqrt{3}}{1+t^2} \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} x = t \ln t \\ y = \frac{1}{t} \end{cases}$$

$$31. \begin{cases} x = t \cos t \\ y = \ln \frac{1}{t} \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^{-t} \sin t \end{cases}$$

$$33. \begin{cases} x = 2 \ln t \\ y = \frac{2}{t^2} \end{cases}$$

$$34. \begin{cases} x = \frac{2t}{1+t^2} \\ y = \frac{2e^t}{1+t^2} \end{cases}$$

$$35. \begin{cases} x = 2t \cos t \\ y = 2e^t \cos t \end{cases}$$

Задание 4.

Вычислить производную функции заданной неявно.

1. $2y \ln y = x$
2. $y = 1 + xe^y$
3. $y = x + \operatorname{arctg} y$
4. $y \sin x - \cos(x - y) = 0$
5. $x \sin y - \cos y + \cos^2 y = 0$
6. $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$
7. $y = \cos(x + y)$
8. $x - y = \arcsin x - \arcsin y$
9. $2^x + 2^y = 2^{x+y}$
10. $y^2 - 2xy + b^2 = 0$
11. $y^2 \cos x = \sin 3x$
12. $\cos(xy) = x$
13. $x^y = y^x$
14. $\sin(xy) + \cos(xy) = \operatorname{tg}(x + y)$
15. $x^3 + y^3 - 3axy = 0$
16. $x^4 + y^4 = x^2 y^2$
17. $x \sin y + y \sin x = 0$
18. $e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$
19. $\sin(y - x^2) - \ln(y - x^2) + 2\sqrt{y - x^2} - 3 = 0$
20. $\frac{y}{x} + e^{y/x} - \sqrt[3]{\frac{y}{x}} = 0$
21. $x^{y^2} + y^2 \ln x - 4 = 0$
22. $x^{4y} + \ln xy = 0$
23. $\operatorname{tg}(xy) = \cos x$
24. $\ln(xy) + 4xy = 0$
25. $x = 4 \cos(x + y)$
26. $e^{2x} - 4e^{3y} + xy = 0$
27. $x \cos x + \operatorname{tg}(xy) = 0$
28. $x^2 - 4xy + 8y^2 = 0$
29. $x^{4y} - e^{2x} = 0$
30. $\ln(2xy) - e^{8x} = 0$
31. $\cos(x^2 y) = 4x$
32. $x + y = \operatorname{arctg}(xy)$
33. $y = \sin(x + y)$
34. $y = xy + \operatorname{arctg} x$
35. $3xy \ln x = \sin nx$

Задание 5.

Найти производную функции с помощью логарифмического дифференцирования.

1. $y = (x^2 + 1)^{\sin x}$
2. $y = x^{x^2}$
3. $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$
4. $y = (\sin x)^{2 \cos x}$
5. $y = x^{\frac{3}{x}}$
6. $y = \sqrt[x]{(x+1)^2}$
18. $y = x^{\arcsin x}$
19. $y = (\sin 2x)^{x^2}$
20. $y = (\sin x)^x$
21. $y = (\ln 3x)^{x^2}$
22. $y = \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg} x}$
23. $y = (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$

$$7. y = \sqrt{x \sin x \sqrt{1 - e^x}}$$

$$8. y = \frac{(x+1)^3 \sqrt[4]{x-2}}{\sqrt[5]{(x-3)^2}}$$

$$9. y = x^{\ln x}$$

$$10. y = \sqrt{\frac{1 - \arcsin x}{1 + \arcsin x}}$$

$$11. y = x^3 e^{x^2} \sin 2x$$

$$12. y = x^{\sin x}$$

$$13. y = (\ln x)^x$$

$$14. y = 2x^{\sqrt{x}}$$

$$15. y = x^{x^x}$$

$$16. y = 3 \sqrt[3]{\frac{x(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}}$$

$$17. y = (\operatorname{tg} x)^{\sin x}$$

$$24. y = x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}$$

$$25. y = (\operatorname{tg} x)^{2x}$$

$$26. y = e^{\frac{1}{\ln x}}$$

$$27. y = a^{\sin x}, 0 < a \neq 1$$

$$28. y = e^{x^2 \operatorname{ctg} x}$$

$$29. y = e^{\sqrt{1 + \ln x}}$$

$$30. y = \sqrt[3]{2 \sin x}$$

$$31. y = \left(\frac{4x^2}{1+x} \right)^{2x}$$

$$32. y = x^{3x^2}$$

$$33. y = x^{\operatorname{ctg} 2x}$$

$$34. y = x^{\frac{1}{\cos x}}$$

$$35. y = (\operatorname{ctg} 2x)^{\arcsin x}$$

Задание 6.

Найти производные высших порядков.

$$1. y = 3^x + 3^{-x}$$

$$2. y = \frac{1}{x-3}$$

$$3. y = \frac{1}{1+2x}$$

$$4. y = \sin^2 x$$

$$5. y = \cos^2 x$$

$$6. y = \sin 2x + \cos 3x$$

$$7. y = \ln(2x+3)$$

$$8. y = \frac{2x}{x^2-1}$$

$$18. y = \frac{1}{x(1-x)}$$

$$19. y = \frac{1}{x^2-3x+2}$$

$$20. y = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$$

$$21. y = \sin ax \cdot \sin bx$$

$$22. y = \frac{x}{\sqrt[3]{1+x}}$$

$$23. y = \cos ax \cdot \cos bx$$

$$24. y = \sin^3 x$$

$$25. y = \sin^4 x$$

9. $y = \sin^4 x + \cos^4 x$

10. $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$

11. $y = \log_4 x$

12. $y = 5 - 3\cos^2 x$

13. $y = 2^x + 2^{-x}$

14. $y = e^{-\frac{x}{a}}$

15. $y = xe^{\frac{x}{a}}$

16. $y = \frac{1}{3x - 1}$

17. $y = \frac{ax + b}{ax + d}$

26. $y = \cos^3 x$

27. $y = \cos^4 x$

28. $y = x^2 \sin ax$

29. $y = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$

30. $y = \frac{e^x}{x}$

31. $y = x \cos ax$

32. $y = e^x \cos x$

33. $y = e^x \sin x$

34. $y = \ln \frac{a + bx}{a - bx}$

35. $y = x \cdot \sin x$

Задание 7.

Вычислить предел по правилу Лопиталья.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

19. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2^x)^{\frac{1}{x}}$

20. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\operatorname{tg} x)^{\sin 2x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

21. $\lim_{x \rightarrow 1} (\ln x \ln(x-1))$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \operatorname{ctg}^2 x \right)$

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right)$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \cdot \operatorname{ctg} x$

24. $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin x \cdot \operatorname{ctgx})$$

$$25. \lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x-1)}{\operatorname{ctg} \pi x}$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg}^{\frac{\pi x}{2}}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{\ln(1-x)}$$

$$27. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\ln(1+x)^{1+x}}{x^2} - \frac{1}{x} \right]$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{1/x}$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1 - x \ln 2}{(1-x)^m - 1 + mx}$$

$$30. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1 + x^4}{\sin 2x}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} x \ln x)$$

$$31. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \sin \frac{a}{x} \right)$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\ln x}$$

$$32. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^x$$

$$33. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1 - x^3}{\sin^6 2x}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x) + x^2}{(1+x)^5 - 1 + x^2}$$

$$34. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) \right)$$

$$35. \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}$$

Задание 8.

Исследовать функцию и построить ее график.

1. $y = \frac{x^3}{(x-2)^2}$

2. $y = x^2 e^{-\frac{1}{x}}$

3. $y = x + 3\sqrt[3]{x^2}$

4. $y = \frac{3}{2}x \ln\left(e + \frac{1}{3x}\right)$

5. $y = \frac{x^3 + x}{x^2 + 2x + 3}$

6. $y = \sqrt[3]{x^2} e^x$

7. $y = \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2-1}}$

8. $y = 3 - 3 \ln \frac{x}{x+4}$

9. $y = \frac{x^3}{x^2 + 2x - 3}$

10. $y = \frac{e^{x/2}}{x^2}$

11. $y = \sqrt[3]{1+x^3}$

12. $y = \frac{x}{2} \ln\left(e + \frac{1}{x}\right)$

13. $y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$

14. $y = \frac{x+4}{e^{x+4}}$

15. $y = \frac{x}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$

16. $y = 2 \ln \frac{x}{x-2} - 1$

17. $y = \frac{2x^3 - 5x^2 + 14x - 6}{4x^2}$

18. $y = -(x+1)e^{x+2}$

19. $y = \frac{\sqrt[3]{x^3+2}}{x}$

20. $y = 2x \ln\left(e - \frac{2}{x}\right)$

21. $y = \frac{x^3 + 3x^2 - 12x + 8}{3x^2}$

22. $y = \frac{e^{x+3}}{x+3}$

23. $y = (x+1)\sqrt[3]{x^2}$

24. $y = \frac{x}{3} \ln\left(e^3 - \frac{1}{2x}\right)$

25. $y = \frac{x^3 + 1}{x^2 - 2x + 2}$

26. $y = \frac{1}{e^{2x} \cdot 2x}$

27. $y = \frac{x^3 + 3}{\sqrt{x^2 + 1}}$

28. $y = \frac{x}{5} \ln\left(e^2 + \frac{3}{x}\right)$

29. $y = \frac{x}{\sqrt[3]{1-x^2}}$

30. $y = \frac{e^{x-2}}{x-2}$

31. $y = x^2 \ln x$

32. $y = \frac{3}{2}x \left(e - \frac{1}{3x}\right)$

33. $y = x e^{-\frac{1}{x}}$

34. $y = x + e^{-x}$

35. $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$

Задание 9.

Вычислить дифференциалы функции.

1. $y = \sqrt{x} \operatorname{arctg} \sqrt{x}$

2. $y = x \operatorname{arctg} x$

3. $y = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$

4. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 + 1}$

5. $y = \arcsin \sqrt{x}$

6. $y = 2^{-x^2}$

7. $y = \ln(\sin \sqrt{x})$

8. $y = \frac{x^2}{\arcsin x}$

9. $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$

10. $y = x^3 + x\sqrt{x}$

11. $y = x \ln x$

12. $y = x^2 \sin \sqrt{x}$

13. $y = e^{-\frac{1}{\cos x}}$

14. $y = \operatorname{arctg} e^{2x}$

15. $y = \frac{1}{12} \ln \frac{x-6}{x+6}$

16. $y = (x^2 + 4x + 1)(x^2 - \sqrt{x})$

17. $y = \frac{x^3 + 1}{x^3 - 1}$

18. $y = (1 + x - x^2)^3$

19. $y = \operatorname{tg}^2 x$

20. $y = 5^{\ln \operatorname{tg} x}$

21. $y = 2^{-\frac{1}{\cos x}}$

22. $y = \frac{\cos x}{1 - x^2}$

23. $y = \sqrt{\arcsin x} + (\operatorname{arctg} x)^2$

24. $y = 3^{-\frac{1}{x^2}} + 3x^3 - 4\sqrt{x}$

25. $y = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \operatorname{arctg} x$

26. $y = \sqrt[3]{x^2 + 5x}$

27. $y = \cos^3 2x$

28. $y = x\sqrt{7 - 2x}$

29. $y = \frac{1}{12} \ln \frac{x-6}{x+6}$

30. $y = -\frac{x}{2} \sqrt{3 - x^2} + \frac{9}{2} \arccos \frac{x}{3}$

31. $y = 3^{-x^3}$

32. $y = \frac{x+1}{\sqrt{x}-1}$

33. $y = \frac{e^{5x}}{x^2}$

34. $y = \frac{x^3 + 2}{e^{3x}}$

35. $y = x \ln(x+1)$

Задание 10.

С помощью дифференциала приближенно найти.

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1. $\sqrt{1,007}$ | 19. $\sin 44^0$ |
| 2. $(1,01)^3$ | 20. $\sqrt[3]{64,003}$ |
| 3. $\sqrt{101}$ | 21. $\operatorname{tg} 29^0$ |
| 4. $\sqrt{1,04}$ | 22. $\sqrt[4]{16,002}$ |
| 5. $\sqrt{41}$ | 23. $\sqrt[3]{7,99}$ |
| 6. $\sqrt[3]{9}$ | 24. $\sqrt{26}$ |
| 7. $\sqrt[5]{33}$ | 25. $\operatorname{ctg} 29^0$ |
| 8. $\operatorname{arctg} 1,05$ | 26. $\operatorname{ctg} 46^0$ |
| 9. $\operatorname{tg} 46^0$ | 27. $\operatorname{ctg} 59^0$ |
| 10. $\operatorname{tg} 61^0$ | 28. $\sqrt[4]{17}$ |
| 11. $\sin 31^0$ | 29. $\operatorname{ctg} 89^0$ |
| 12. $\sqrt[4]{15,8}$ | 30. $(2,02)^3$ |
| 13. $\sqrt{122}$ | 31. $(3,01)$ |
| 14. $\sqrt{4,006}$ | 32. $\sqrt{145}$ |
| 15. $\sqrt[3]{8,001}$ | 33. $\operatorname{arctg} 0,98$ |
| 16. $\sqrt[3]{27,002}$ | 34. $\cos 31^0$ |
| 17. $\cos 29^0$ | 35. $\sqrt[3]{125,004}$ |
| 18. $\cos 46^0$ | |

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА
по теме
«Неопределенный и определенный интеграл»

Задание 1.

Вычислить интегралы методом непосредственного интегрирования или методом замены переменных. Результат интегрирования проверить дифференцированием.

- | | |
|---|--|
| 1. $\int x(x^2 - 1)^3 dx$ | 18. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x} + 1} dx$ |
| 2. $\int \sqrt{1 + 2x} dx$ | 19. $\int s \cos(x^2 + 1) dx$ |
| 3. $\int \frac{x^3}{x + 1} dx$ | 20. $\int t \sin(t^2 - 1) dt$ |
| 4. $\int \frac{2x - 1}{2x + 3} dx$ | 21. $\int \frac{dx}{x(1 + \ln x)}$ |
| 5. $\int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx$ | 22. $\int \frac{\sqrt{1 + \ln x} dx}{x}$ |
| 6. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + 1}}$ | 23. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} dx$ |
| 7. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1 + \cos^2 x}}$ | 24. $\int \frac{5x - 6}{\sqrt{1 - 3x}} dx$ |

8. $\int \frac{x^2 dx}{\cos^2(x^3)}$
9. $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 1}$
10. $\int e^x \left(2 - \frac{e^{-x}}{x^3} \right) dx$
11. $\int \frac{\cos 2x dx}{\cos^2 x \sin^2 x}$
12. $\int \frac{\cos 4x dx}{\cos^2 x \sin^2 x}$
13. $\int \frac{x^4 dx}{x^2 + 1}$
14. $\int \frac{3 - 2 \sin^3 x}{\sin^2 x} dx$
15. $\int \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx$
16. $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx$
17. $\int \frac{x^{42} + 2 dx}{x^2 - 1}$
25. $\int \frac{(\arctg x)^{10}}{1 + x^2} dx$
26. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{4 - e^{2x}}}$
27. $\int \frac{x dx}{x^4 + 1}$
28. $\int \frac{x^2 dx}{x^6 + 1}$
29. $\int \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)}$
30. $\int \frac{dx}{x^2 \sin^2 \left(\frac{1}{x} \right)}$
31. $\int \frac{dx}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}}$
32. $\int \frac{dx}{x \ln^4 x}$
33. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{5 + \cos x}} dx$

Задание 2.

Вычислить интегралы, используя метод интегрирования по частям. Результаты интегрирования проверить дифференцированием.

1. $\int x e^{2x} dx$
2. $\int x \sin x dx$
3. $\int 2x \arctg x dx$
4. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$
5. $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$
17. $\int x^5 e^{-x^2} dx$
18. $\int (2x + 3) e^{5x} dx$
19. $\int x^2 \cos 3x dx$
20. $\int e^{2x} \cos x dx$
21. $\int \ln(1 - x) dx$

6. $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$
7. $\int (2x + 3)e^x dx$
8. $\int x^2 e^x dx$
9. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[5]{x}} dx$
10. $\int \arccos 2x dx$
11. $\int x \cos 2x dx$
12. $\int (2x^2 - 1) \cos 2x dx$
13. $\int e^{2x} \cos 3x dx$
14. $\int (x^3 + 1) \cos x dx$
15. $\int (x^2 + 7x - 5) \cos 2x dx$
16. $\int (x^2 + 2x + 3) \cos x dx$
22. $\int x \arctg x dx$
23. $\int \ln(x^2 + 1) dx$
24. $\int \arctg \sqrt{x} dx$
25. $\int x \cos^2 x dx$
26. $\int \frac{\arcsin x}{x^2} dx$
27. $\int \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx$
28. $\int x \arcsin x dx$
29. $\int (3x^2 + 1)e^x dx$
30. $\int e^x \cos x dx$
31. $\int (11x + 7) \sin x dx$
32. $\int x \sin^2 x dx$
33. $\int \ln(x + 7) dx$

Задание 3.

Вычислить интегралы вида $\int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c} dx$

1. $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$
2. $\int \frac{dx}{3x^2 - 2x + 4}$
3. $\int \frac{dx}{x^2 + 3x + 1}$
4. $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 5}$
5. $\int \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1}$
6. $\int \frac{dx}{3x^2 - 2x + 2}$
7. $\int \frac{6x - 7}{3x^2 - 7x + 1} dx$
8. $\int \frac{3x - 2}{5x^2 - 3x + 2} dx$
9. $\int \frac{3x - 1}{x^2 - x + 1} dx$
10. $\int \frac{7x + 1}{6x^2 + x - 1} dx$
18. $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 18}$
19. $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 3}$
20. $\int \frac{x - 2}{x^2 + 2x + 3} dx$
21. $\int \frac{5x + 3}{x^2 + 10x + 29} dx$
22. $\int \frac{x + 1}{5x^2 + 2x + 1} dx$
23. $\int \frac{2x + 3}{x^2 + 2x + 5} dx$
24. $\int \frac{2x - 1}{x^2 + x + 1} dx$
25. $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 7}$
26. $\int \frac{dx}{5x^2 - 3x + 2}$
27. $\int \frac{dx}{6x^2 + x + 1}$

$$11. \int \frac{2x-1}{5x^2-x+2} dx$$

$$12. \int \frac{5x+2}{x^2+2x+10} dx$$

$$13. \int \frac{3x+1}{x^2+2x+2} dx$$

$$14. \int \frac{5x+3}{x^2-2x+5} dx$$

$$15. \int \frac{x-1}{x^2+2x+3} dx$$

$$16. \int \frac{dx}{2x^2+8x+20}$$

$$17. \int \frac{x+3}{x^2-2x-5} dx$$

$$28. \int \frac{7x-1}{x^2-6x+5} dx$$

$$29. \int \frac{x-1}{x^2+2x+5} dx$$

$$30. \int \frac{dx}{x^2+x+1}$$

$$31. \int \frac{dx}{-5x^2-3x+1}$$

$$32. \int \frac{dx}{3x^2+x+9}$$

$$33. \int \frac{dx}{5x^2+3x+8}$$

Задание 4.

Вычислить интегралы вида $\int \frac{Ax+B}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$.

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt{2-3x-4x^2}}$$

$$2. \int \frac{dx}{\sqrt{1+x+x^2}}$$

$$3. \int \frac{dx}{\sqrt{5-7x-3x^2}}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt{x(3x+5)}}$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{2-3x-x^2}}$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{5x^2-x-1}}$$

$$7. \int \frac{x+3}{\sqrt{4x^2+4x+3}} dx$$

$$8. \int \frac{x-3}{\sqrt{3+66x-11x^2}} dx$$

$$17. \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2-2x-1}}$$

$$18. \int \frac{Ax+B}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$$

$$19. \int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$$

$$20. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$$

$$21. \int \frac{dx}{\sqrt{3x^2+x+9}}$$

$$22. \int \frac{dx}{\sqrt{1+x-x^2}}$$

$$23. \int \frac{dx}{\sqrt{3x-5x-7x^2}}$$

$$24. \int \frac{dx}{\sqrt{5x^2+3x+8}}$$

$$25. \int \frac{dx}{\sqrt{3+66x-11x^2}}$$

$$9. \int \frac{x+3}{\sqrt{3+4x-4x^2}} dx$$

$$10. \int \frac{3x+5}{\sqrt{x(2x-1)}} dx$$

$$11. \int \frac{5x+3}{\sqrt{x^2+4x+10}} dx$$

$$12. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-x-1}}$$

$$13. \int \frac{dx}{\sqrt{-x^2-2x+8}}$$

$$14. \int \frac{5x+3}{\sqrt{-x^2+4x+5}} dx$$

$$15. \int \frac{3x+2}{x^2+x+2} dx$$

$$16. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$$

$$26. \int \frac{3x-1}{\sqrt{2-3x-4x^2}} dx$$

$$27. \int \frac{dx}{\sqrt{-4x^2+4x+3}}$$

$$28. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+10}}$$

$$29. \int \frac{2x-1}{\sqrt{5x^2-x+2}} dx$$

$$30. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x+1}}$$

$$31. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$$

$$32. \int \frac{8x+7}{\sqrt{x^2+2x+3}} dx$$

$$33. \int \frac{dx}{\sqrt{5x^2+2x-1}}$$

Задание 5.

Вычислить интеграл от дробно-рациональных функций.

$$1. \int \frac{dx}{x^5+1}$$

$$2. \int \frac{x dx}{x^3+1}$$

$$3. \int \frac{3x+1}{x(1+x^2)^2} dx$$

$$4. \int \frac{3x+5}{(x^2+2x+2)} dx$$

$$5. \int \frac{5x+3}{(x^2-2x+5)^3} dx$$

$$6. \int \frac{2x+3}{(x-2)(x+5)} dx$$

$$18. \int \frac{x^2 dx}{(x+2)^2(x+4)^2}$$

$$19. \int \frac{dx}{x(x^2+1)}$$

$$20. \int \frac{2x^2-3x-3}{(x-1)(x^2-2x+5)} dx$$

$$21. \int \frac{x^3-6}{x^4+6x^2+8} dx$$

$$22. \int \frac{3x-7}{x^3+x^2+4x+4} dx$$

$$23. \int \frac{4 dx}{x^4+1}$$

$$7. \int \frac{5x^2 - 14x + 11}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} dx$$

$$8. \int \frac{x-1}{(x^2 + 2x + 3)^2} dx$$

$$9. \int \frac{x^2 + 2}{(x+1)^3(x-2)} dx$$

$$10. \int \frac{x^3 - 6x^2 + 9x + 7}{(x-2)^5(x-5)} dx$$

$$11. \int \frac{x^2}{1-x^4} dx$$

$$12. \int \frac{2x-1}{(x-1)(x-2)} dx$$

$$13. \int \frac{x dx}{(x+1)(x+3)(x+5)}$$

$$14. \int \frac{x^4 dx}{(x^2-1)(x+2)}$$

$$15. \int \frac{dx}{(x-1)^2(x-2)}$$

$$16. \int \frac{x-8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx$$

$$17. \int \frac{3x+2}{x(x+1)} dx$$

$$24. \int \frac{x^5}{x^3-1} dx$$

$$25. \int \frac{dx}{(x^2-1)(x^2-x+1)^2}$$

$$26. \int \frac{x^4 + 4x^3 + 11x^2 + 12x + 8}{(x^2 + 2x + 3)^2(x+1)} dx$$

$$27. \int \frac{x^2 + 2}{(x+1)^3(x-2)} dx$$

$$28. \int \frac{x-1}{(x^2 + 2x + 3)^2} dx$$

$$29. \int \frac{x-3}{x^3-x} dx$$

$$30. \int \frac{x+1}{x(x^2+1)} dx$$

$$31. \int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$$

$$32. \int \frac{2x+3}{x^3+x^2-2x} dx$$

$$33. \int \frac{4dx}{x^3+4x}$$

Задание 6.

Вычислить интеграл от иррациональных функций.

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt{1-2x} - \sqrt[4]{1-2x}}$$

$$2. \int \frac{\sqrt[6]{x} dx}{1 + \sqrt[3]{x}}$$

$$3. \int \frac{1 - \sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}} dx$$

$$18. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$$

$$19. \int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^3}}$$

$$20. \int \frac{dx}{x^4\sqrt{1+x^2}}$$

4. $\int \sqrt{\frac{2+3x}{x-3}} dx$
5. $\int \frac{\sqrt[7]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt[7]{x^8} + \sqrt[14]{x^{15}}} dx$
6. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}$
7. $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x^2}$
8. $\int \frac{\sqrt[6]{x} + 1}{\sqrt[6]{x^7} + \sqrt[4]{x^5}} dx$
9. $\int \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt[3]{x}}{6\sqrt[4]{x}} dx$
10. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3} + 1} dx$
11. $\int \frac{dx}{-\sqrt{2x+1} + \sqrt[3]{(2x+1)^2}}$
12. $\int \frac{dx}{(x+2)\sqrt{x^2+2x}}$
13. $\int \frac{dx}{x\sqrt{2x^2-2x-1}}$
14. $\int \frac{x-1}{(x+1)\sqrt{x^2+1}} dx$
15. $\int \frac{dx}{x\sqrt{5x^2-2x+1}}$
16. $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2+2x+3}}$
17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt[3]{x}+1)^2}$
21. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{\sqrt{x}+1}} dx$
22. $\int \frac{x^2+2x+3}{\sqrt{-x^2+4x}} dx$
23. $\int \frac{1+\sqrt[6]{x}}{(\sqrt[3]{x}-\sqrt[4]{x})\sqrt[4]{x^3}} dx$
24. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$
25. $\int \frac{dx}{x\sqrt{9+x^2}}$
26. $\int \frac{dx}{(1-x^2)^{3/2}}$
27. $\int \frac{dx}{x^3\sqrt{x^2-1}}$
28. $\int \frac{\sqrt[8]{2x}}{1-\sqrt[4]{2x}} dx$
29. $\int \frac{2-\sqrt{2x}}{2x-\sqrt{2x}} dx$
30. $\int \sqrt{\frac{4-5x}{x+1}} dx$
31. $\int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{7\sqrt[4]{x}} dx$
32. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[5]{x}+2} dx$
33. $\int \sqrt{\frac{11+7x}{2x+3}} dx$

Задание 7.

Вычислить интегралы от тригонометрических функций.

1. $\int (1 - \sin^2 x) dx$

18. $\int \sin^2\left(\frac{x}{3}\right) dx$

2. $\int (1 - \cos^2 x) dx$

3. $\int \cos^2 x dx$

4. $\int \cos^4 x dx$

5. $\int \sin^2 x dx$

6. $\int \sin^4 x dx$

7. $\int \operatorname{tg}^2 x dx$

8. $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$

9. $\int \operatorname{tg}^4 x dx$

10. $\int \operatorname{ctg}^4 x dx$

11. $\int \cos^3 x dx$

12. $\int \sin^3 x dx$

13. $\int \operatorname{tg}^3 x dx$

14. $\int \operatorname{ctg}^3 x dx$

15. $\int \operatorname{tg}^5 x dx$

16. $\int \operatorname{ctg}^5 x dx$

17. $\int \cos^2 \left(\frac{x}{2} \right) dx$

19. $\int \operatorname{tg}^2 \left(\frac{x}{4} \right) dx$

20. $\int \operatorname{ctg}^2 2x dx$

21. $\int \sin^2 \left(\frac{x}{2} \right) dx$

22. $\int \left(1 - \sin^2 \left(\frac{x}{2} \right) \right) dx$

23. $\int \left(1 - \cos^2 \left(\frac{x}{2} \right) \right) dx$

24. $\int (1 - \sin^2 x)^2 dx$

25. $\int (1 - \cos^2 x)^2 dx$

26. $\int \sin^3 \left(\frac{x}{4} \right) dx$

27. $\int \cos^3 \left(\frac{x}{3} \right) dx$

28. $\int \operatorname{tg}^3 3x dx$

29. $\int \operatorname{ctg}^3 \left(\frac{x}{8} \right) dx$

30. $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx$

31. $\int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) dx$

32. $\int \sin^4 \left(\frac{x}{3} \right) dx$

33. $\int \cos^4 2x dx$

Задание 8.

Вычислить интегралы от тригонометрических функций.

1. $\int \sin 5x \sin 3x dx$

2. $\int \cos 4x \cos x dx$

3. $\int \sin 7x \cos 3x dx$

4. $\int \sin 3x \sin x dx$

18. $\int \sin 3x \sin \frac{4}{3} x dx$

19. $\int \cos x \sin 4x dx$

20. $\int \sin 7x \sin 3x dx$

21. $\int \cos x \cos 3x dx$

5. $\int \cos 5x \cos 3x dx$

6. $\int \sin 4x \sin 3x dx$

7. $\int \cos(x/2) \cos(x/3) dx$

8. $\int \sin 2x \cos 5x dx$

9. $\int \cos(x/2) \cos(x/4) dx$

10. $\int \cos x \cos(x/2) dx$

11. $\int \cos 5x \sin 3x dx$

12. $\int \cos 3x \sin 5x dx$

13. $\int \sin 4x \sin x dx$

14. $\int \cos 7x \sin 3x dx$

15. $\int \cos 3x \cos 7x dx$

16. $\int \cos 3x \cos \frac{4}{3} x dx$

17. $\int \sin 2x \cos 2x dx$

22. $\int \sin(x/2) \sin(x/3) dx$

23. $\int \sin(x/4) \sin x dx$

24. $\int \sin 3x \sin \frac{4}{3} x dx$

25. $\int \sin x \sin \frac{x}{2} dx$

26. $\int \cos 5x \sin 4x dx$

27. $\int \cos 4x \cos 5x dx$

28. $\int \sin 7x \sin \frac{11}{13} x dx$

29. $\int \sin\left(\frac{x}{3}\right) \sin\left(\frac{x}{6}\right) dx$

30. $\int \cos\left(\frac{x}{8}\right) \sin\left(\frac{x}{2}\right) dx$

31. $\int \cos 5x \sin\left(\frac{x}{5}\right) dx$

32. $\int \sin 11x \cos x dx$

33. $\int \cos 13x \sin 4x dx$

Задание 9.

Вычислить интеграл от тригонометрической функции.

1. $\int \frac{dx}{3 + 5 \sin x + 3 \cos x}$

2. $\int \frac{dx}{1 - \sin x}$

3. $\int \frac{\cos^2 x dx}{\sin^2 x + 4 \sin x \cos x}$

4. $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^2 x + \sin x}$

5. $\int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x - \sin^2 x - 1} dx$

6. $\int \frac{\cos^5 x}{\sin x} dx$

7. $\int \frac{dx}{4 - 5 \sin x}$

18. $\int \frac{dx}{\operatorname{ctg}^2 x + \cos^2 x}$

19. $\int \frac{dx}{(1 + \sin x)^2}$

20. $\int \frac{dx}{\sin x}$

21. $\int \frac{dx}{\cos x}$

22. $\int \frac{dx}{2 + 3 \cos x}$

23. $\int \frac{\sin x dx}{(1 - \cos x)^2}$

24. $\int \frac{dx}{2 - \cos^2 x}$

$$8. \int \frac{dx}{5 - 3 \cos x}$$

$$9. \int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx$$

$$10. \int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$$

$$11. \int \frac{\sin 2x}{\cos^4 x + \sin 4x} dx$$

$$12. \int \frac{dx}{(1 + \cos x)^2}$$

$$13. \int \frac{dx}{\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x}$$

$$14. \int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} dx$$

$$15. \int \frac{dx}{1 - \cos x}$$

$$16. \int \frac{\sin^3 x dx}{\cos x + \cos^2 x}$$

$$17. \int \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x + 1} dx$$

$$25. \int \frac{\cos^3 x}{2 + \sin x} dx$$

$$26. \int \frac{5 + 9 \cos x}{\sin x(2 + 3 \cos x)} dx$$

$$27. \int \frac{4 + 5 \sin x}{\cos x(7 + 3 \cos x)} dx$$

$$28. \int \frac{x + \cos x}{1 + \sin x} dx$$

$$29. \int \frac{\sin x dx}{1 - \cos x}$$

$$30. \int \frac{\cos x dx}{9 + \sin^2 x}$$

$$31. \int \frac{\cos x dx}{1 - \sin x}$$

$$32. \int \frac{\sin x dx}{9 + \cos^2 x}$$

$$33. \int \frac{dx}{2 - \cos^2 x}$$

Задание 10.

Вычислить интегралы от тригонометрических функций.

$$1. \int \sin^2 \frac{x}{4} \cos^2 \frac{x}{4} dx$$

$$2. \int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^2 x}$$

$$3. \int \sin^2 x \cos^4 x dx$$

$$4. \int \sin^3 x \cos^2 x dx$$

$$5. \int \cos^4 x \sin^3 x dx$$

$$6. \int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx$$

$$7. \int \sin^4 x \cos^4 x dx$$

$$18. \int \frac{\cos^3 x}{\sin^6 x} dx$$

$$19. \int \frac{\sin^5 x}{\sin^4 x} dx$$

$$20. \int \sin^4 x \cos^3 x dx$$

$$21. \int \cos^2 x \sin^5 x dx$$

$$22. \int \frac{dx}{\sin x \cos^4 x}$$

$$23. \int \frac{\cos^5 x}{\sin^4 x} dx$$

$$24. \int \frac{dx}{\cos^4 x \sin^2 x}$$

8. $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$

9. $\int \sin^6 x \cos^4 x dx$

10. $\int \frac{\sin^7 x}{\cos^{13} x} dx$

11. $\int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^6 x}$

12. $\int \frac{dx}{\sin^7 x \cos x}$

13. $\int \frac{dx}{\sin x \cos^9 x}$

14. $\int \frac{dx}{\sin^5 x \cos^5 x}$

15. $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^5 x}$

16. $\int \frac{\cos^4 x}{\sin^6 x} dx$

17. $\int \frac{\sin^4 x}{\cos^8 x} dx$

25. $\int \cos^2 x \sin^4 x dx$

26. $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$

27. $\int \cos^3 x \sin^4 x dx$

28. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$

29. $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

30. $\int \cos^6 x \sin^4 x dx$

31. $\int \frac{dx}{\cos^4 x \sin^6 x}$

32. $\int \frac{dx}{\cos^7 x \sin x}$

33. $\int \frac{dx}{\cos^3 x \sin^5 x}$

Задание 11.

Вычислить значение определенного интеграла.

1. а) $\int_0^{\pi/3} \operatorname{tg} x dx$

в) $\int_{\sqrt[3]{a}}^x x^3 dx$

2. а) $\int_1^z \frac{dx}{2x-1}$

в) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$

3. а) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{3+2 \cos x}$

в) $\int_{3/4}^{4/3} \frac{dz}{z \sqrt{z^2+1}}$

4. а) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(1+x^2)^2}$

в) $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$

5. а) $\int_{-2}^0 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$

в) $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$

6. а) $\int_0^1 \frac{xdx}{(x^2+4)^6}$

в) $\int_4^1 \frac{2x^2-3x+1}{x^3+1} dx$

$$7. a) \int_1^2 \ln^2 x dx$$

$$b) \int_1^4 \frac{xdx}{\sqrt{2+4x}}$$

$$8. a) \int \frac{dx}{-1x^3 + 8}$$

$$b) \int_0^1 e^x \ln(1 + 3e^x) dx$$

$$9. a) \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\sin x + \operatorname{tg} x}$$

$$b) \int_0^{1/2} \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}$$

$$10. a) \int \frac{dx}{-1\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{(x+3)^2}}$$

$$b) \int_1^5 \frac{\sqrt[5]{x-1}}{x} dx$$

$$11. a) \int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$$

$$b) \int_0^{\pi/4} e^x \sin x dx$$

$$12. a) \int_1^e \ln^2 x dx$$

$$b) \int_0^{\pi/2} \sin 4x dx$$

$$13. a) \int_{2\sqrt{2}}^x x\sqrt{x^2-7} dx$$

$$b) \int_1^8 \frac{xdx}{\sqrt{3x+1}}$$

$$14. a) \int_0^2 (3-2x)e^{-3x} dx$$

$$b) \int_1^2 \frac{dx}{x}$$

$$15. a) \int_1^2 \frac{\ln^2 x}{x} dx$$

$$b) \int_0^2 \frac{x^2}{1-x^4} dx$$

$$16. a) \int_2^4 \frac{\ln x}{x} dx$$

$$b) \int_0^{\pi/4} x^2 \cos 3x dx$$

$$17. a) \int_e^{e^2} \frac{\sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$b) \int_{-1}^2 \frac{2xdx}{(2x^2+1)^2}$$

$$18. a) \int_{\pi/2}^{3/2\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{5+\cos x}} dx$$

$$b) \int_0^1 \frac{dx}{x^3+x^2+2x+2}$$

$$19. a) \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{3-\sin^2 x}} dx$$

$$b) \int_0^1 (2x+3)e^x dx$$

$$20. a) \int_0^1 x3^x dx$$

$$b) \int_0^{\pi/4} x^2 \sin x dx$$

$$21. \text{ a) } \int_0^{\pi/2} (x+1) \cos 3x dx$$

$$\text{b) } \int_0^1 \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx$$

$$22. \text{ a) } \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x (3 \operatorname{tg} x + 1)}$$

$$\text{b) } \int_{-1}^0 \frac{dx}{3x^2 - 2x - 1}$$

$$23. \text{ a) } \int_3^5 x^2 e^{3x} dx$$

$$\text{b) } \int_0^7 \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx$$

$$24. \text{ a) } \int_0^{\pi/3} \frac{\cos 3x}{4 + \sin 3x} dx$$

$$\text{b) } \int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}$$

$$25. \text{ a) } \int_0^{\pi/4} x \cos x dx$$

$$\text{b) } \int_{-1}^1 \frac{(x+3)}{x^3 + x^2 - 2x}$$

$$26. \text{ a) } \int_0^{\pi/4} \frac{\cos x dx}{1 + \cos x}$$

$$\text{b) } \int_1^{\sqrt{3}} \frac{(x^2 - 3)}{x^4 + 5x^2 + 6} dx$$

$$27. \text{ a) } \int_0^9 \frac{x^2 dx}{x^4 - 81}$$

$$\text{b) } \int_0^{\pi/3} x \sin x dx$$

$$28. \text{ a) } \int \frac{x^3 - 6}{x^4 + 6x^2 + 8} dx$$

$$\text{b) } \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{\sqrt{3 + 2 \cos x}}$$

$$29. \text{ a) } \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{dx}{3 - 5x^2}$$

$$\text{b) } \int_0^{\pi/6} x \sin x \cos x dx$$

$$30. \text{ a) } \int_{-1}^1 \frac{3x+1}{x(1+x^2)^2} dx$$

$$\text{b) } \int_0^{\pi/3} e^{3x} \cos 3x dx$$

$$31. \text{ a) } \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}$$

$$\text{b) } \int_{-5}^3 \frac{\sqrt{x+5}}{-5 + \sqrt[3]{x+5}} dx$$

$$32. \text{ a) } \int_e^{e^{1/3}} \frac{dx}{x(1 + \ln x)^5}$$

$$\text{b) } \int_0^{\pi/4} x^2 \sin 4x dx$$

$$33. \text{ a) } \int_0^2 \frac{e^{5x} dx}{e^x + 1}$$

$$\text{b) } \int_1^2 (x^2 + 3x + 2) \ln x dx$$

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$1. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$$

$$12. \int_0^{\infty} xe^{-x^2} dx$$

$$23. \int_0^{\infty} \frac{dx}{a^2 + x^2}$$

$$2. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}$$

$$13. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x}$$

$$24. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$3. \int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}$$

$$14. \int_0^{\infty} \operatorname{arctg} dx$$

$$25. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^5}$$

$$4. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$$

$$15. \int_0^{\infty} \sin x dx$$

$$26. \int_0^1 \ln x dx$$

$$5. \int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}$$

$$16. \int_1^{\infty} \frac{1 + \ln x}{x} dx$$

$$27. \int_1^{\infty} x \sin x dx$$

$$6. \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$$

$$17. \int_{-\infty}^0 xe^x dx$$

$$28. \int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$7. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}}$$

$$18. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$$

$$29. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 2}$$

$$8. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 1}$$

$$19. \int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx$$

$$30. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$$

$$9. \int_{-\infty}^3 \frac{dx}{(x+3)^2}$$

$$20. \int_1^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}$$

$$31. \int_0^2 \frac{dx}{x^3}$$

$$10. \int_0^{\infty} xe^{-x^2} dx$$

$$21. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$32. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$11. \int_0^{\infty} e^{-x} dx$$

$$22. \int_0^{\infty} e^{-x} dx$$

$$33. \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4}$$

Задание 13.

Вычислить площади фигур.

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной параболой $y=x^2+1$, осью Ox и прямыми $x=1$ и $x=4$.
2. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y=\ln x$, $y=0$, $x=1$, $x=e$
3. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной полукубической параболой $y^2=x^3$ и прямой $x=4$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями: $x-2y+4=0$, $x+y-5=0$ и $y=0$.
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной: $7x^2-9y-9=0$, $5x^2-9y+27=0$.

Вычислить площади фигур, ограниченные указанными линиями:

6. $x-y+2=0, y=0, x=-1, x=2.$
7. $x-y+3=0, x+y-1=0, y=0$
8. $x-2y+4=0, x+2y-8=0, y=0, x=-1, x=6.$
9. $y=x^2, y=0, x=0, x=3$
10. $y=3x^2, y=0, x=-3, x=2$
11. $y=x^2+1, y=0, x=-1, x=2$
12. $y=0,5x^2+2, y=0, x=1, x=3$
13. $y=1/3x^2+3, y=0, x=0, x=3$
14. $y^2=x, y \geq 0, x=0, x=3$
15. $y=-x^2-2x+8, y=0$
16. $y=-2/9x^2+4/3x, y=0$
17. $y=-x^2+6x-5, y=0, x=2, x=3$
18. $y=1/x, y=0, x=1, x=3$
19. $y=2/x, y=0, x=2, x=4$
20. $y=\cos x, y=0, x=0, x=\pi/2$
21. $y=\operatorname{tg} x, y=0, x=0, x=\pi/3$
22. $y=\operatorname{tg} x, y=0, x=\pi/6, x=\pi/3$
23. $y^2=9x, y=3x$
24. $xy=a^2$, осью Ox и $x=a, x=2a$
25. $y=4-x^2$ и осью Ox
26. $y=x^3, y=2x, y=x$
27. $y^2=2px, x^2=2py$
28. $y=x^3, y=2x, y=x$
29. $y=x^2, y=-3x$
30. $y=x^2, y=2x+8$
31. $y=x^2+2, y=6$
32. $y=0,5x^2-4x+10, y=x+2$
33. $y=x^2-2x+3, y=3x-1$

Задание 14.

Найти объем тел, образованных вращением вокруг оси и ограниченных линиями.

1. $Ox, y = \frac{64}{x^2 + 16}, x^2 = 8y$
2. $Ox, y^2 = x, x^2 = y$
3. $Ox, y = \sqrt{x}e^x, x = 1, y = 0$
4. $Ox, y = x^2 / 2, y = x^3 / 8$
5. $Ox, x^2 / a^2 + y^2 / b^2 = 1$
6. $Ox, y^2 = 2px, x = a$
7. $Ox, x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$
8. $Ox, y = \sin x, y = 0$
9. $Ox, y^2 = 4x, x = 4$
10. $Ox, y = xe^x, y = 0, x = 1$
18. $Ox, y = 1(1 + x^2), x = 1, x = -1, y = 0$
19. $Ox, y = 4/x, x = 1, x = 4, y = 0$
20. $Oy, y = e^x, x = 0, x = 1, y = 1$
21. $Oy, y = x^3, y = 1, x = 0$
22. $Oy, y = 4/x, x = 1, x = 4$
23. $Oy, y = 1/(1 + x^2), x = 1, x = -1, y = 0$
24. $Ox, y^2 = (x - 1)^3, x = 2$

11. Ох, $y = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$
12. Ох, $x^2 / a^2 + y^2 / b^2 = 1$, $y = 0$, $y \geq 0$
13. Ох, $y^2 = 2px$, $x = h$
14. Ох, $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$
15. Ох, $y = e^x$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$
16. Ох, $y = x^3$, $y = 1$, $x = 0$
17. Ох, $x^2 - y^2 = 4$, $y = 2$, $y = 0$
25. вокруг прямой $y=0$, $y=\sin x$, $y=0$, $x \in [0;\pi]$
26. вокруг прямой $x=0$, $y=\sin x$, $y=0$, $x \in [0;\pi]$
27. вокруг прямой $x=2\pi$, $y=\sin x$, $y=0$, $x \in [0;\pi]$
28. вокруг прямой $y=0$, $y=\ln x$, $y=0$, $x=e$
29. вокруг прямой $x=0$, $y=\ln x$, $x=e$, $y=0$,
30. вокруг прямой $x=-1$, $y=\sin x$, $y=0$, $x \in [0;\pi]$
31. вокруг прямой $x=-1$, $y=\ln x$, $y=0$, $x=e$
32. вокруг прямой $y=-2$, $y=\sin x$, $y=0$, $x \in [0;\pi]$
33. вокруг прямой $x=1$, $y=\ln x$, $y=0$, $x=e$

Задание 15.

Вычислить длины дуг кривых.

1. $y = \ln \sin x$ от $x = \pi / 3$ до $x = \pi / 2$
2. $y = x^2 / 2$ от $x=0$ до $x=1$
3. $y = 1 - \ln \cos x$ от $x=0$ до $x = \pi / 6$
4. $y = chx$ от $x=0$ до $x=1$
5. $x = t^3 / 3 - t$, $y = t^2 + 2$ от $t=0$ до $t=3$
6. $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$ от $t=0$ до $t=\ln t$
7. $x = 8 \sin t + 6 \cos t$, $y = 6 \sin t - 8 \cos t$, от $t=0$ до $t = \pi / 2$
8. $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$
9. $ay^2 = x^3$ от начала координат до точки $x=5a$.
10. длину одной арки $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$
11. $y = \ln x$ от $x = \sqrt{3}$ до $x = \sqrt{8}$
12. $y = 1 - \ln \cos x$ от $x=0$ до $x = \pi / 4$
13. всю длину $\rho = a \sin^2(Q / 3)$
14. $\rho = a(1 + \cos \varphi)$
15. Найти площадь поверхности, полученной вращением параболы $y^2=4ax$ вокруг оси Ох, от начала 0 до точки с абсциссой $x=3a$.
16. Найти площадь поверхности конуса, образуемого вращением отрезка прямой $y=2x$ от $x=0$ до $x=2$, вокруг оси Ох.
17. Дуга синусоиды $y=\sin x$ от $x=0$ до $x=2\pi$ вращается около оси . Найти поверхность тела вращения.

С 18 задания начинают с задания 1.

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

по теме «Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений»

Задание 1.

Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

- | | |
|--|--|
| <p>1. а) $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$;</p> <p>б) $(xy^2 + x) dx + (yx^2 - y) dy = 0$;</p> <p>в) $(1 + x)y + (1 - y)y' = 0$;</p> <p>г) $(\sin y + \cos y)y' + \cos y \sin y = 0$;</p> <p>д) $xyy' = 1 - x^2$.</p> | <p>б) $x\sqrt{1 - y^2} dx + y\sqrt{1 - x^2} dy = 0$;</p> <p>в) $x^2 y' - y^2 = xy^2$;</p> <p>г) $(e^x + 1)yy' = e^x$;</p> <p>д) $\operatorname{tg} y \sec^2 x dx + \operatorname{tg} x \sec^2 y dy = 0$.</p> |
| <p>2. а) $\sqrt{4 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy$;</p> <p>б) $(y^2 + x) dx - x(y + 1) dy = 0$;</p> <p>в) $y^3 y' = 1 - 2x$;</p> <p>г) $\cos y dx + \cos x \operatorname{tg} y dy = 0$;</p> <p>д) $y' \operatorname{ctg} x - y = 0$.</p> | <p>6. а) $2(x dx - y dy) = x^2 y dy - 2xy^2 dx$;</p> <p>б) $x^2 y^2 y' + 1 = y$;</p> <p>в) $x\sqrt{5 + y^2} dx + y\sqrt{4 + x^2} dy = 0$;</p> <p>г) $y' x = y \ln y$;</p> <p>д) $y' \operatorname{tg} x - y = 1$.</p> |
| <p>3. а) $(1 + y^2) dx - yx dy = 0$;</p> <p>б) $x\sqrt{3 + y^2} dx + y\sqrt{2 + x^2} dy = 0$;</p> <p>в) $xy' + y = y^2$;</p> <p>г) $(1 + x)y + (1 - y)y' = 0$;</p> <p>д) $3e^x \operatorname{tg} y dx - (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0$.</p> | <p>7. а) $x\sqrt{1 + y^2} dx + y(1 + x^2) dy = 0$;</p> <p>б) $xy(1 + x^2)y' = 1 + y^2$;</p> <p>в) $\sqrt{1 + y^2} \ln x + yx^2 y' = 0$;</p> <p>г) $y' \sin x = y \ln y$;</p> <p>д) $(1 - e^x)yy' = e^x$.</p> |
| <p>4. а) $6(x dx - y dy) = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx$;</p> <p>б) $x\sqrt{1 - y^2} dx + y\sqrt{1 - x^2} dy = 0$;</p> <p>в) $x\sqrt{1 + y^2} + y\sqrt{1 + x^2} y'' = 0$;</p> <p>г) $y' \sin x = y \ln y$;</p> <p>д) $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$.</p> | <p>8. а) $y(4 + e^x) dy - e^x (y^2 + 1) dx = 0$;</p> <p>б) $(1 + e^{2x})y^2 dy = e^x dx$;</p> <p>в) $(x^2 - 1)y' = y^2 - 4$;</p> <p>г) $y' \cos x = y(\ln y)^{-1}$;</p> <p>д) $yy' + \sqrt{(1 - y^2)(1 - x^2)^{-1}} = 0$.</p> |
| <p>5. а) $(e^{2x} + 5) dy + ye^{2x} dx = 0$;</p> | <p>9. а) $2(x dx + y dy) = x^2 y dy + 2xy^2 dx$;</p> |

$$6) (3 + e^x)yy' = e^x;$$

$$в) \sin x \cos y dx - \cos x \sin y dy = 0;$$

$$г) yy' + xe^y = 0;$$

$$д) \sqrt{5 + y^2} + yy'\sqrt{1 - x^2} = 0.$$

$$10. а) 6x dx - y dy = yx^2 dy - 3xy^2 dx;$$

$$б) \sqrt{4 - x^2} y' + xy^2 + x = 0;$$

$$в) y \ln y + xy' = 0;$$

$$г) dy = e^{x-y} dx;$$

$$д) dy = \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y dx.$$

$$11. а) y(4 + e^x) dy - e^x dx = 0;$$

$$б) y' \sqrt{1 - x^2} + xy^2 - x = 0;$$

$$в) yy' - 2x \sec y = 0;$$

$$г) x dy - y^2 \ln x dx = 0;$$

$$д) dy = (e^{x+y} + e^{x-y}) dx.$$

$$12. а) x \sqrt{4 + y^2} dx + y \sqrt{1 + x^2} dy = 0;$$

$$б) 5e^x \operatorname{tg} y dx + (1 - e^x \sec^2 y) dy = 0;$$

$$в) \ln yy' = y;$$

$$г) e^y (y' + 1) = x^{-1} + e^y;$$

$$д) (1 + x^2)y^3 dx - (1 + y^2)x^3 dy = 0.$$

$$13. а) (1 + y^2) dx = (1 + x^2) dy;$$

$$б) \sqrt{3 + y^2} + \sqrt{1 - x^2} yy' = 0;$$

$$в) \sqrt{4 - x^2} dy + \sqrt{1 - y^2} dx = 0;$$

$$г) 2(y + y^2) + \sqrt{2 - x^2} y' = 0;$$

$$д) x \sin y = y'(1 + x^2) \cos y.$$

$$14. а) e^y (1 + x^2) dy - 2x(1 + e^y) dx = 0;$$

$$б) (e^x + 8)y' - ye^x = 0;$$

$$в) 3(x^2 y + y)y' + \sqrt{2 + y^2} = 0;$$

$$г) \operatorname{ctg} y dx - x \ln x dy = 0;$$

$$д) (x + 1)y - \sqrt{x^2 + 1}(y^3 - 1)y' = 0.$$

$$15. а) x dx - y dy = yx^2 dy - xy^2 dx;$$

$$б) y \ln^3 y dx + \sqrt{x + 1} dy = 0;$$

$$в) (1 + e^x)y' = ye^x;$$

$$г) y' = 2\sqrt{y} \ln x;$$

$$д) \sin x dy - 2y \ln y dx = 0.$$

$$16. а) 2x dx - y dy = yx^2 dy - xy^2 dx;$$

$$б) (1 + e^{2x})y' = ye^x;$$

$$в) x \ln x \cdot y' = y;$$

$$г) x \sqrt{1 - x^2} dy + y \sqrt{1 - y^2} dx = 0;$$

$$д) (1 + y^4)(\sin x + \cos x) dx + y \sin 2x dy = 0.$$

$$17. а) ye^{2x} dx - (1 + e^{2x}) dy = 0;$$

$$б) (1 - x^2)y' + (1 - y^2) = 0;$$

$$в) \ln \cos y dx + x \operatorname{tg} y dy = 0;$$

$$г) \sqrt{1 - y} x dx + y \sqrt{1 + x^2} dy = 0;$$

$$д) e^{x-y} dx = e^y (1 + e^x) dy.$$

$$18. а) (x^2 y + x^2) dy + (xy - y) dx = 0;$$

$$б) x \sqrt{1 - y^2} dx - (1 + x^4)(1 + y) dy = 0;$$

$$в) (x + 2)e^y dx + y \sqrt{x + 1} dy = 0;$$

$$г) (x^2 + 1)y' = 9y^2 - 4;$$

$$д) \ln y dy - x \sin x dx = 0.$$

$$19. а) (1 + x^2) dy + y dx = xy dx;$$

$$б) \sqrt{xy} - \sqrt{x} + (\sqrt{xy} + \sqrt{y})y' = 0;$$

$$\text{в) } xy \cos x dx + \ln y dy = 0;$$

$$\text{г) } x dx + y^2 e^{x+y} dy = 0;$$

$$\text{д) } (4 - \cos^2 2y) dx + (1 - x^2) \sin 2y dy = 0.$$

$$20. \text{ а) } y(x^6 + 1) dy + x^2(y^4 + 1) dx = 0;$$

$$\text{б) } (1 + x) y dx + \sqrt{(1 - y)x} dy = 0;$$

$$\text{в) } \ln x dx + x e^y dy = 0;$$

$$\text{г) } 2x \sqrt{1 + y^2} dx + e^{-x^2} dy = 0;$$

$$\text{д) } (5 - 3 \cos y) dy = -e^x dx.$$

$$21. \text{ а) } y^2 dy = (1 - 2x) dx + xy^2 dy;$$

$$\text{б) } (1 + \ln^2 y) x dx + \ln y (1 - x) dy = 0;$$

$$\text{в) } \sqrt{3} \cos x \sin y + \sin x \cos y \cdot y' = 0;$$

$$\text{г) } xy(1 + x^2) y' = 1 + y^2;$$

$$\text{д) } (1 - x) \sqrt{1 + y} dx + \sqrt{1 + x^2} y dy = 0.$$

$$22. \text{ а) } (y^2 - 1)(x + 2) dx - x^2 y dy = 0;$$

$$\text{б) } xy - (x^2 + 1) y' = y;$$

$$\text{в) } x \ln x \cdot y' = 2y^2;$$

$$\text{г) } \sin x \ln y dx - \frac{y}{x} dy = 0;$$

$$\text{д) } x \sqrt{1 + y^2} dx + e^{-x} (y - 1) dy = 0.$$

$$23. \text{ а) } (x^2 y - x^2) dy = (xy^2 + y^2) dx;$$

$$\text{б) } (x + 1) y y' + x^3 (y - 1)^3 = 0;$$

$$\text{в) } (1 + e^x) dy - y e^x dx = 0;$$

$$\text{г) } (x^2 + 1) y' = 4y^2 - 1;$$

$$\text{д) } (\cos x - \sin x) \sqrt{1 + y^2} dx - \sin 2xy dy = 0.$$

$$24. \text{ а) } (xy^2 + x) dx + (y - x^2 y) dy = 0;$$

$$\text{б) } yy' = (x + 1)(x - 3);$$

$$\text{в) } (x - 1) \operatorname{tg} y dx - dy = 0;$$

$$\text{г) } \sin x dy - y \ln y dx = 0;$$

$$\text{д) } xy^3 dy + (x^2 - 1) dx = 0.$$

$$25. \text{ а) } (1 + x) y dx + (1 - y) x dy = 0;$$

$$\text{б) } (x + 2xy) + (1 + x^2) y' = 0;$$

$$\text{в) } y x dx - (1 + y^3) dy = 0;$$

$$\text{г) } e^y y' = \operatorname{tg} x;$$

$$\text{д) } \cos x dy - y \ln y dx = 0.$$

$$26. \text{ а) } x^2 y dy - 2xy^2 dx = (x dx - y dy);$$

$$\text{б) } y^4 dy = (1 - 2x) dx;$$

$$\text{в) } y^4 dy = (1 - 2x) dx;$$

$$\text{г) } (1 + x^2) y + (1 - y) y' = 0;$$

$$\text{д) } y' \operatorname{tg} x - 2y = 0.$$

$$27. \text{ а) } (x + 1) y' = y^2 - 1;$$

$$\text{б) } y' \sqrt{1 - x^2} + x(y - 1) = 0;$$

$$\text{в) } e^{y-x} dy = e^{x+y} dx;$$

$$\text{г) } y' \cos x = y \ln y;$$

$$\text{д) } (y + 1) y' = (y - 1)(y - 2).$$

$$28. \text{ а) } (1 + x) y + (1 + y) y' = 0;$$

$$\text{б) } y' \sin x = \frac{y}{\ln y};$$

$$\text{в) } xy y' = 1 + x^2;$$

$$\text{г) } (4 + e^x) y y' = e^x;$$

$$\text{д) } (1 + x) y^2 dx - (1 + y) x^2 dy = 0.$$

$$29. \text{ а) } y(x + 1) dx = x^2(y - 1) dy;$$

$$\text{б) } x dx + e^{x+y} dy = 0;$$

$$в) \sqrt{1+y^2}x dx - \sqrt{1+x^2}dy = 0;$$

$$г) e^y y' = \cos x \cdot \frac{1}{y};$$

$$д) (x+2)y' - y^2 - 4.$$

$$б) ye^x dx - (1+e^{2x})dy = 0;$$

$$в) \ln \cos y dx + tgy dy = 0;$$

$$г) e^{x+y} dy + x dx = 0;$$

$$д) \sqrt{1-y^2}x dx - (1+x)dy = 0.$$

$$30. а) (x+1)y' = y(y+1);$$

Задание 2.

Определить тип уравнения и найти общее (или частное) решение.

$$1. а) xy' = y + \sqrt{x^2 - y^2};$$

$$б) y' + 2y = e^{-x};$$

$$в) y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2, y(0) = 1;$$

$$г) xy' = y + x \cos^2 \frac{y}{x};$$

$$д) y' + 2xy = 2x^3y^3;$$

$$е) x(2x^2 + y^2) + y(x^2 + 2y^2)y' = 0.$$

$$б) y' + 2xy = e^{-x^2};$$

$$в) 2(xy' + y) = xy^2, y(1) = 2;$$

$$г) (4x - 3y)dx + (2y - 3x)dy = 0;$$

$$д) y' + y \cos x = \cos x;$$

$$е) (y^{-1} \sin 2x + x)dx + (y - y^{-2} \sin^2 x)dy = 0.$$

$$2. а) (x - y)dx + ydy = 0;$$

$$б) x^2 + xy' = y;$$

$$в) 4y^6 + x^3 = 6xy^5y', y(1) = 1;$$

$$г) xy' - y(\ln y - \ln x);$$

$$д) xy' + y = y^2 \ln x;$$

$$е) (3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2y + 4y^3)dy = 0.$$

$$5. а) (y - x)dx + (y + x)dy = 0;$$

$$б) y's \cos x - y \sin x = 2x;$$

$$в) y' + 4xy = 4(x^3 + 1)y^2, y(0) = 1;$$

$$г) x + y - yy' = 0;$$

$$д) y' - y = xy^2;$$

$$е) (5x^2 - 2x - y)dx + (2y - x + 3y^2)dy = 0.$$

$$3. а) x^2 dy = (y^2 - xy + x^2)dx;$$

$$б) y' - 2xy = 2xe^{x^2};$$

$$в) xy' + y = 2y^2 \ln x, y(1) = 0,5;$$

$$г) xy' = y - \sqrt{y^2 - x^2};$$

$$д) 3y^2 y' + y^3 + x = 0;$$

$$е) \left(2x + \frac{x^2 + y^2}{yx^2} \right) dx - \frac{x + y^2}{xy^2} dy = 0.$$

$$6. а) (x + y)ydx + (x - y)xdy = 0;$$

$$б) y' \sin x - y \cos x = x^2;$$

$$в) xy' - y = -y^2 \ln x, y(1) = 1;$$

$$г) (3y - 7x)dx - (3x - 7y)dy = 0;$$

$$д) xy' - y = y^2 e^x;$$

е)

$$(\sin y + y \sin x + x^{-1})dx + (x \cos y - \cos x + y^{-1})dy = 0.$$

$$7. а) y'(y^2 - x^2) = x(x + 2y);$$

$$б) y' - y \operatorname{tg} x = \cos^{-3} x;$$

$$в) 2(y' + xy) = (1 + x)y^2, y(0) = 2;$$

$$4. а) 2x^2 y' = x^2 + y^2;$$

$$\text{г) } (x + y)dx + (x - y)dy = 0;$$

$$\text{д) } xy' + y = xy^2;$$

$$\text{е) } 2xy^{-3}dx + y^{-4}(y^2 - 3x^2)dy = 0.$$

$$8. \text{ а) } xy' = 3y - 2x - 2(xy - x^2)^{\frac{1}{2}};$$

$$\text{б) } y' - y \cos x = \sin x \cos x;$$

$$\text{в) } 3(xy' + y) = y^2 \ln x, \quad y(1) = 3;$$

$$\text{г) } (2x + 3y)dx + (3x + 2y)dy = 0;$$

$$\text{д) } xy' + y = y^2 x^2;$$

$$\text{е) } (x^2 + y^2 + 3)ydy + x(x^2 + y^2 - 3)dx = 0.$$

$$9. \text{ а) } yy' = \frac{1}{2}(x + 3y);$$

$$\text{б) } y'x^2 + xy = x^2;$$

$$\text{в) } y' + y \cos x = y^2 \sin x, \quad y(0) = 0;$$

$$\text{г) } 4x - 2e + (2x + y)y' = 0;$$

$$\text{д) } (1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2;$$

$$\text{е) } (3x^2y + y^3)dx + (x^3 + 3xy^2)dy = 0.$$

$$10. \text{ а) } yy' = x + 2y;$$

$$\text{б) } xy' - y = x^2;$$

$$\text{в) } y' + 4x^3y = 4e^x y^2, \quad y(0) = -1;$$

$$\text{г) } (y - x)y(xy' - y) = x(x^2 + y^2);$$

$$\text{д) } xy' - y = x^2;$$

$$\text{е) } (x^3 + xy^2)dx + (x^2y + y^3)dy = 0.$$

$$11. \text{ а) } ydx - (x + \sqrt{x^2 - y^2})dy = 0;$$

$$\text{б) } y(1 + x^2) - xy = x(1 + x^2);$$

$$\text{в) } 3y' + 2xy = 2xy^3, \quad y(0) = -1;$$

$$\text{г) } (x + 3y) + (3x - 6y)y' = 0;$$

$$\text{д) } 2x^2y' = y^3 + xy;$$

$$\text{е) } 2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0.$$

$$12. \text{ а) } (x + y)xdy + y(x - y)dx = 0;$$

$$\text{б) } xy' + 3y = 2x^{-2};$$

$$\text{в) } 2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3, \quad y(1) = \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$\text{г) } xy' = x + y;$$

$$\text{д) } y' + 2xy = e^{x^2} y^2;$$

$$\text{е) } (4y^2 - 6x^3)ydy + (2 - 9xy^2)xdx = 0.$$

$$13. \text{ а) } 2xyy' = y^2 - 4x^2;$$

$$\text{б) } y' + xy = (1 + x^2)x;$$

$$\text{в) } 3xy' + 5y = (4x - 5)y^4, \quad y(1) = 1;$$

$$\text{г) } xdy - xdx = ydy;$$

$$\text{д) } xy' + y = x^3;$$

$$\text{е) } (2y + xe^{-y})dy - e^{-y}dx = 0.$$

$$14. \text{ а) } (x^2 + y^2)dx - 2x^2dy = 0;$$

$$\text{б) } (y' + y)x^2 = x - 1;$$

$$\text{в) } xy' + y = y^2 \ln x, \quad y(1) = 1;$$

$$\text{г) } xy' = \sqrt{y^2 + 4x^2} + y;$$

$$\text{д) } 2y' \ln x + \frac{y}{x} = 1;$$

$$\text{е) } (x^3 + \ln y)dx + xy^{-1}dy = 0.$$

$$15. \text{ а) } xy' = y + \sqrt{x^2 - y^2};$$

$$\text{б) } y'(1 - x^2) + xy = 1 - x^2;$$

$$\text{в) } 3(xy' + y) - xy^2, \quad y(1) = 3;$$

$$\text{г) } (2xy + y^2)dx + (2xy + x^2)dy = 0;$$

$$\text{д) } 2y' \sin x + y \cos x = y^3 \cos^2 x;$$

$$e) y^{-2}(3x^2 + y^2)dx - y^{-3}(2x^3 + 5y)dy = 0.$$

$$16. a) xy' = \sqrt{y^2 - x^2} + y;$$

$$б) y' + y = \cos x;$$

$$в) y' - y = 2xy^2, y(0) = 0,5;$$

$$г) (x^2 + y^2)dx - 2x^2dy = 0;$$

$$д) y' - y \operatorname{tg} x = \frac{2x}{\cos x};$$

$$e) 2y(1 + \sqrt{y^2 - x})dy - \sqrt{y^2 - x}dx = 0.$$

$$17. a) xy' = \sqrt{y^2 - 4x^2} + y;$$

$$б) y' = y \cos x + \cos x;$$

$$в) 2xy' - 4xy - y^2 = 0, y(1) = 1;$$

$$г) xy' = \sqrt{y^2 - 4x^2};$$

$$д) y' - y \cos x = y^2 \cos x;$$

$$e) (2x - y + 1)dx + (2y - x - 1)dy = 0.$$

$$18. a) xy' - y + x \operatorname{tg} \frac{y}{x} = 0;$$

$$б) x(x^2 - 2y)dx - (y + x^2)dy = 0;$$

$$в) 2xy' - 3y = -xy^3, y(1) = 0;$$

$$г) y' \cos x + y \sin x = 1;$$

$$д) xy' - y = \sqrt{4y^2 - x^2};$$

$$e) (1 + y^2 \sin 2x)dx - 2y \cos^2 x dy = 0.$$

$$19. a) (x^2 + xy + y^2)dx = x^2 dy;$$

$$б) xy' - 2y = 2x^4;$$

$$в) y' + 2xy = 2x^2 y^3, y(0) = \sqrt{2};$$

$$г) xy' - y = 2\sqrt{9y^2 + x^2};$$

$$д) (x+1)(y' + y^2) = -y;$$

$$e) 3y^2(1 + \ln x)dy - (2x - x^{-1}y^3)dx = 0.$$

$$20. a) (x + y)dx - (x - y)dy = 0;$$

$$б) y' = 2x(x^2 + y);$$

$$в) xy' + y = y^2 \ln x, y(1) = 1;$$

$$г) y^2 - 4xy + 4x^2 y' = 0;$$

$$д) x^2 y' + xy + 1 = 0;$$

$$e) \left(\frac{x}{\sin y} + 2 \right) dx + \frac{(x^2 + 1) \cos y}{\cos 2y - 1} dy = 0.$$

$$21. a) xyy' = x^2 + y^2;$$

$$б) y' - \frac{y}{x} = x \sin x;$$

$$в) 2y' + 3y \cos x = (\cos x + 1)y^2, y(0) = 1;$$

$$г) xy' - y + \operatorname{tg} \frac{y}{x} = 0;$$

$$д) xy' = (x+1)e^x;$$

$$e) (2x + 3x^2 y)dx + (x^3 - 3y^2)dy = 0.$$

$$22. a) (3x^2 - y^2)dy = 2xy dx;$$

$$б) y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x;$$

$$в) 4y' + x^3 y = (8 + x^3)y^2, y(0) = 1;$$

$$г) xy' = y + x \sin \frac{y}{x};$$

$$д) x^3 y' - x^2 y = -12;$$

$$e) (3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2 y + 4y^3)dy = 0.$$

$$23. a) ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0;$$

$$б) y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x;$$

$$в) 8xy' - 12y = -5x^2 y^3, y(1) = 1;$$

$$г) xy + y^2 = (2x^2 + xy)y';$$

$$д) 2(y' + xy) = (x-1)e^x y^2;$$

е) $(y \ln y - y - 2xy)dx + (x \ln y - x^2 + \cos y)dy = 0.$

24. а) $y - xy' = x + yy'$;

б) $xy' + y = x \sin x$;

в) $2(y' + y) = xy^2, y(0) = 2$;

г) $xy' = y + x \cos \frac{y}{x}$;

д) $y' + 2y \operatorname{ctg} x = y^2 \cos x$;

е) $(y^2 e^x + y)dx + (2y e^x + x)dy = 0.$

б) $y' = -y \operatorname{ctg} x + 2x \cos x$;

в) $xy' - y = x^2 y^3, y(0) = 0$;

г) $y' - 4xy = -4x^3$;

д) $xyy' = x^2 e^{\frac{y}{x}} + y^2$;

е) $(y \cos x + \operatorname{tg} x)dx + (\sin x - \ln y)dy = 0.$

27. а) $yy' = x - \sqrt{x^2 - y^2}$;

б) $y' = -2xy + e^{-x}$;

в) $y' + 2xy = (1+x)e^{-x}y^2, y(0) = 1$;

г) $x^2 y' = x^2 + y^2$;

д) $y' + y = 2e^x y^2$;

е) $(4x + y^2 x^{-2})dx + (\sin y - 2yx^{-1})dy = 0.$

28. а) $xy' + y + x \operatorname{ctg} \frac{y}{x} = 0$;

б) $x(x^2 - 2y)dx - (y + x^2)dy = 0$;

в) $2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3, y(1) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$;

25. а) $xy' = y \ln \frac{y}{x}$;

б) $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x$;

в) $y' + xy = (x-1)e^x y^2, y(0) = 1$;

г) $xy' = x e^{\frac{y}{x}} + y$;

д) $2(xy' + y) = y^2 \ln x$;

е) $(x^3 - 3xy^2)dx + (y^3 - 3x^2 y)dy = 0.$

26. а) $yy' = x \ln \frac{y}{x}$;

г) $y(2x + y)dx + x(2y + x)dy = 0$;

д) $x^2 y' = x^2 y^2 + xy$;

е) $(x^2 + \sin y)dx + (x \cos y - y^2)dy = 0.$

29. а) $xy' = -2x - 2(xy - x^2)^{\frac{1}{2}}$;

б) $y'(1 - x^2) + 2xy = (1 - x^2)^2$;

в) $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2, y(0) = 1$;

г) $(2x + 4y)dx + (4x + 2y)dy = 0$;

д) $y' - 4y = e^{2x} y^2$;

е) $(\sin y + x^{-1})dy - (yx^{-2} - \cos x)dx = 0.$

30. а) $yy' = 2(x + 3y)$;

б) $y' + y \sin x = x \cos x$;

в) $y' + 4x^3 y = 4(x^3 + 1)e^{-4x} y^2, y(0) = 1$;

г) $x - y - 2yy' = 0$;

д) $(2x - y^2)y' = 2y$;

е) $(y^{-1} - \operatorname{tg} x)dx - (xy^{-2} + y^3)dy = 0.$

Задание 3.

Найти общее решение.

1. a) $8y'^3 = 27y^3$;

б) $y = 2xy' + \ln y'$;

в) $y = xy' + tgy'$;

г) $y'''x \ln x = y''$.

2. a) $x(y'^2 - 1) = 2y'$;

б) $y = x(y' - 3) + e^{2y'}$;

в) $y = xy' + 3y'^2$;

г) $y'^2 + 2yy'' = 0$.

3. a) $y = y'^2 + y'^3 - \ln y'$;

б) $y = 2xy' + \sin y'$;

в) $y = xy' + 4y'^2$;

г) $y''' = y''^2$.

4. a) $y = \ln(1 + y'^2)$;

б) $y = \frac{3}{2}xy' + e^{y'}$;

в) $y = (y' - 1)x + (y'^2 - y')$;

г) $xy''' = 2y''$.

5. a) $x = \cos y' + 2(y')^{-3}$;

б) $y = xy' + 9y'^2$;

в) $y = xy'^2 - y'^{-1}$;

г) $y''' \operatorname{ctg} 2x + 2y'' = 0$.

6. a) $y^2(y'^2 + 1) = 1$;

б) $y = xy' + (1 + y')^{\frac{1}{3}}$;

в) $y = 2xy' - (y'^3 - y'^2)$;

г) $y''' \operatorname{tg} x = 2y''$.

7. a) $y = (y' - 1)e^{y'}$;

б) $y = (y' - 1)x - 2e^{3y'}$;

в) $y = xy' + \frac{1}{9}y'^3$;

г) $y''' = 98y^3$.

8. a) $x = (\ln y')^2 - 3y'^2$;

б) $y = 3xy' - 2 \ln y'$;

в) $y - xy' = y' \ln y'$;

г) $y'' + y''' = e^x$.

9. a) $y'^2 - 4y = 0$;

б) $y = 2xy' + e^{3y'}$;

в) $y = (y' - 5)x + 2e^{y'}$;

г) $y''' \cdot y'^2 = y''^3$.

10. a) $x = e^{y'} + 2 \ln y'$;

б) $y = xy' - \frac{1}{9}y'^3$;

в) $y = -3xy' + y'^{-3}$;

г) $xy''' + y'' = 1$.

11. a) $x = \ln(1 + y'^2) - 5y'^3$;

б) $y = xy' + y' \cos y'$;

в) $y = \frac{1}{2}xy' + (y' - y^{-3})$;

г) $yy'' + y = y'^2$.

12. a) $x = \operatorname{arctg} y' - 3y'^2$;

б) $y = (y' + 2)x - y^{-3y'}$;

в) $y = xy' - 12y'^3$;

г) $xy''' + y'' = x + 1$.

13. a) $y' = \cos \frac{y}{2}$;

б) $y = -xy' + 4y'^{\frac{1}{2}}$;

$$\text{в) } y = xy' - (2 - y')^3;$$

$$\text{г) } y''y^2 + 36 = 0.$$

$$14. \text{ а) } x = \sin y' - y'^2;$$

$$\text{б) } y = xy'^2 - y'^3;$$

$$\text{в) } y = x(y' + 3) + e^{2y'};$$

$$\text{г) } x^2y'' + xy' = 1.$$

$$15. \text{ а) } x(1 - y'^2) = y';$$

$$\text{б) } y = xy' + \frac{1}{12}y'^3;$$

$$\text{в) } y = -xy' + 3) + e^{y'};$$

$$\text{г) } y''' = x \cos x.$$

$$16. \text{ а) } y = y'^7 + \ln y';$$

$$\text{б) } y = xy' + y'^2 \ln y';$$

$$\text{в) } y = xy'^2 + y'^4;$$

$$\text{г) } y''' = (21y'' - 1) \operatorname{ctgx}.$$

$$17. \text{ а) } y'^2 + 4x = 0;$$

$$\text{б) } y = x(y' - 3) + e^{-2y'};$$

$$\text{в) } y = xy' - \frac{1}{16}y'^2;$$

$$\text{г) } y'' = e^y.$$

$$18. \text{ а) } x = e^{y'} - 2y';$$

$$\text{б) } y = xy'^2 + y'^2 e^{y'};$$

$$\text{в) } y = xy' + (y' + 1) \sin y';$$

$$\text{г) } y''' + xy'' = 2y'.$$

$$19. \text{ а) } y'^2 = 1 - y^2;$$

$$\text{б) } y = x(y' - 4) - 3e^{2y'};$$

$$\text{в) } y = xy' + \frac{1}{8}y'^4;$$

$$\text{г) } y''' = 2y''.$$

$$20. \text{ а) } x = e^{y'} - 2y';$$

$$\text{б) } y = 2xy' + \sin y';$$

$$\text{в) } y - xy' = (y' - y'^2)^{\frac{1}{2}};$$

$$\text{г) } 2y''' - 3y'^2 = 0.$$

$$21. \text{ а) } x = \cos y' + \ln y';$$

$$\text{б) } y = xy'^2 + \ln y';$$

$$\text{в) } y = xy' - \frac{1}{8}y'^4;$$

$$\text{г) } y'' - xy''' + y'''^3 = 0.$$

$$22. \text{ а) } x = \sin y' - \ln y';$$

$$\text{б) } y = xy'^2 + \cos y';$$

$$\text{в) } y = xy' - \frac{1}{4}y'^2;$$

$$\text{г) } 2y''' + 7y'^3 = 0.$$

$$23. \text{ а) } x = \operatorname{arctgy}' - y'^2;$$

$$\text{б) } y = x(y' + 1) + y'e^{y'};$$

$$\text{в) } y = xy' + (y'^3 - y'^2);$$

$$\text{г) } yy'' + y'^2 = 1.$$

$$24. \text{ а) } y' = y^2 - 4;$$

$$\text{б) } y = xy' - \sin y';$$

$$\text{в) } y = -xy'^2 + \ln y';$$

$$\text{г) } y''' = \frac{1}{x}y''.$$

$$25. \text{ а) } x = y' - \sin y';$$

$$\text{б) } y = x(y' - 1) + 3e^{y'};$$

$$\text{в) } y = xy' + \frac{1}{6}y'^2;$$

$$\text{г) } y''' = yy'.$$

$$\text{в) } y = x(y' - 4) - y^{-y'};$$

$$26. \text{ а) } x = \cos y' - y'^2;$$

$$\text{г) } y''' = y'y''.$$

$$\text{б) } y = xy'^2 + 2e^{2y'};$$

$$29. \text{ а) } x = e^{y'}y'^2 + y';$$

$$\text{в) } y = xy' + tgy';$$

$$\text{б) } y = xy' + \frac{1}{4}y'^4;$$

$$\text{г) } y''(2y' + x) = 1.$$

$$\text{в) } y = xy'^2 + (y' - 1)^2;$$

$$27. \text{ а) } y = y'(\ln y' + 1);$$

$$\text{г) } y'' = 32y^3.$$

$$\text{б) } y = -xy' + y' \ln y';$$

$$\text{в) } y = xy' - \frac{1}{6}y'^2;$$

$$30. \text{ а) } x = e^{y'} - y'^3;$$

$$\text{г) } y''' = \frac{2}{x}y''.$$

$$\text{б) } y = xy' + \frac{1}{2}y'^2;$$

$$28. \text{ а) } y = y' \ln y' - y'^2;$$

$$\text{в) } y = -xy'^2 + 2 \ln y;$$

$$\text{б) } y = xy' + y' \ln y';$$

$$\text{г) } yy'' - y = y'^2.$$

Задание 4.

Найти общее решение дифференциального уравнения методом неопределенных коэффициентов.

$$1. \text{ а) } y'' - 6y' + 8y = x + 1;$$

$$\text{б) } y''' - 2y'' + y' = e^{2x}(2x + 5);$$

$$\text{б) } y'' + 2y' = 4e^x(\cos x + \sin x);$$

$$\text{в) } y'' + 2y' + 5y = -\cos x.$$

$$\text{в) } y'' + y = e^{-3x} \cos 5x.$$

$$6. \text{ а) } y'' - y' - 2y = x^2 - 1;$$

$$2. \text{ а) } y'' - y' + y = 2x^2 + 1;$$

$$\text{б) } y'' + y = 2 \cos 7x + 3 \sin 7x;$$

$$\text{б) } y''' - 3y'' + 2y' = e^x(1 - 2x);$$

$$\text{в) } y^{IV} - y = e^x + \sin x.$$

$$\text{в) } y'' + 6y' + 13y = \cos x.$$

$$7. \text{ а) } y'' - 2y'5y = x^2;$$

$$3. \text{ а) } y'' + 8y = x - 6;$$

$$\text{б) } y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x;$$

$$\text{б) } y'' - 4y' + 4y = -e^{2x}(-\cos 6x + \sin 6x);$$

$$\text{в) } y^{IV} - y = e^{-x} + \cos x.$$

$$\text{в) } y''' - y' = 2e^x + \cos x.$$

$$8. \text{ а) } y''' + y'' = 5x^2;$$

$$4. \text{ а) } y''' - y'' + 8y = x^2 + 1;$$

$$\text{б) } y'' - 4y' + 8y = e^x(5 \sin x - 3 \cos x);$$

$$\text{б) } y'' + 2y' = -2e^x(\cos x + \sin x);$$

$$\text{в) } y'' + 4y = \sin 2x.$$

$$\text{в) } y'' + y = 2 \cos 7x - 3 \sin 7x.$$

$$9. \text{ а) } y''' - 8y = 3x;$$

$$5. \text{ а) } y''' - 3y'' = x - 1;$$

$$\text{б) } y''' - 4y'' + 4y' = e^x(x - 1);$$

- в) $y'' - 4y' + 8y = e^x(2\sin x - \cos x)$.
10. а) $y''' - 4y'' = 2x$;
 б) $y'' + 2y' = e^x(\cos x + \sin x)$;
 в) $y'' + 9y = -18\sin 3x - e^{3x}$.
11. а) $y'' + y' - 2y = x^2$;
 б) $y''' + 2y'' + y' = e^{2x}(18x + 21)$;
 в) $y''' - 4y' = e^{2x} + \sin x$.
12. а) $y'' + 2y' + 10y = -x - 1$;
 б) $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 3x$;
 в) $y''' - 9y' = e^{3x} + \cos x$.
13. а) $y'' + 2y = 3x^3$;
 б) $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 4x$;
 в) $y''' + 2y'' - 3y' = e^x(8x + 16)$.
14. а) $y''' + y = 2x$;
 б) $y'' + y = 2\cos 3x - 3\sin 3x$;
 в) $y'' + 9y = -18\sin 3x - e^{3x}$.
15. а) $y''' - 2y'' = x$;
 б) $y'' + 2y' + 5y = -2\sin x$;
 в) $y''' - 25y' = e^{-5x} + \sin x$.
16. а) $y'' + 2y' - 3y = 3x + 1$;
 б) $y'' - 4y' + 8y = e^x(4\cos x - 3\sin x)$;
 в) $y'' + y = 2\cos 4x + 3\sin 4x$.
17. а) $y'' - 2y' + 10y = x^2 - 1$;
 б) $y''' + y'' - 2y' = e^x(6x + 5)$;
 в) $y''' - 16y' = 48e^{4x} + 64(\cos 4x - \sin 4x)$.
18. а) $y''' - y = -3x + 11$;
 б) $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 5x$;
 в) $y''' - 36y' = e^{-6x} + \sin x$.
19. а) $y''' + 2y'' = 1 - x$;
 б) $y''' - y'' - 2y' = e^{-x}(6x - 11)$;
 в) $y'' - 4y' + 8y = e^x(2\cos x - \sin x)$.
20. а) $y'' - 2y' - 3y = x - x^2$;
 б) $y'' + 2y' = 10e^x(\cos x + \sin x)$;
 в) $y''' - 25y' = 25(\cos 5x + \sin 5x) - 50e^{5x}$.
21. а) $y'' + 2y' + 15y = 1 - x$;
 б) $y'' + 2y' + 5y = -17\sin 2x$;
 в) $y''' - 49y' = e^{7x} - \sin x$.
22. а) $y'' + 4y = -2x$;
 б) $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos x$;
 в) $y''' - 64y' = e^{-8x} + \sin x$.
23. а) $y''' + 27y = 1 - x$;
 б) $y''' + 3y'' + 2y' = e^{-x}(1 - 2x)$;
 в) $y''' + 49y = 49\cos 7x + e^{7x}$.
24. а) $y''' + 3y'' = 1 + x$;
 б) $y'' - 4y' + 8y = e^x(3\sin x + 5\cos x)$;
 в) $y''' - 81y' = e^{9x} - \cos 9x$.
25. а) $y'' - 3y' - 4y = 1 - x^3$;
 б) $y'' + 2y' = 6e^x(\cos x + \sin x)$;
 в) $y'' + 64y = e^{8x} + 64\cos 8x$.
26. а) $y'' + 4y' + 5y = 2x$;
 б) $y''' - 4y'' + 3y' = -e^x 4x$;
 в) $y''' - 64y' = -64e^{8x} + 128\cos 8x$.
27. а) $y'' + 6y' = 2 - x^2$;
 б) $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 5x$;
 в) $y''' - 36y' = e^{-6x} + \sin x$.

$$\text{б) } y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 4x;$$

$$\text{в) } y'' + 81y = e^{9x} + 81 \cos 9x.$$

$$28. \text{ а) } y''' + 4y'' = 2x - 1;$$

$$\text{б) } y'' + y = e^{2x} \cos 2x;$$

$$\text{в) } y''' - 81y' = 81 \sin 9x + 162e^{9x}.$$

$$29. \text{ а) } y'' + 7y' = 2x - 1;$$

$$\text{б) } y'' - 4y = e^x \cos 2x;$$

$$\text{в) } y''' - 100y' = 100 \cos 10x + 20e^{10x}.$$

$$30. \text{ а) } y''' + 4y'' = x;$$

$$\text{б) } y'' + 9y = e^{3x} \cos 3x;$$

$$\text{в) } y^{IV} - y = \sin 2x + e^x.$$

Задание 5.

Найти общее решение систем уравнений.

$$1. \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$3. \begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 5 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$4. \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 3 \\ 0 & -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$5. \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$6. \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & -3 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$7. \begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$8. \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$9. \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$10. \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & 3 \\ -3 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$11. \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$12. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -3 & 0 \\ 4 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$13. \begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14. \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 4 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$15. \begin{pmatrix} 6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 9 & -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$16. \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$17. \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$18. \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & -5 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$19. \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -3 & -6 & 0 \\ 9 & -9 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$20. \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & -4 & 0 \\ 4 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$21. \begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & -4 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$22. \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$23. \begin{pmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -4 & -2 & 0 \\ 12 & -12 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$24. \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$25. \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$26. \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ -3 & -7 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$27. \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -2 & -5 & 0 \\ 4 & 4 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$28. \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$29. \begin{pmatrix} 9 & -4 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ -8 & -8 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$30. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -4 & 6 & 0 \\ -6 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Критерии оценки:

По итогам выполнения работы- максимальный балл-30

1. Качество и правильность выполненных расчетов по задачам- максимальный балл -20 баллов

- КР выполнена полностью, задания выполнены правильно, выполненные расчеты верны -20 баллов.
- КР выполнена полностью, ход решения заданий верен, имеются неточности в расчетах – 0-20 баллов.
- КР выполнена не полностью – 0 баллов.

2. Своевременность выполнения – максимальный балл -5 балла

- Работа выполнена верно, в предусмотренные сроки – 5 баллов.
- Работа выполнена верно, сдана не вовремя – 0 баллов

3. Содержание и качество ответов на вопросы, поставленные

преподавателем в ходе защиты расчетно-графической работы максимальный балл -5 баллов

- Дан полный, развернутый ответ на поставленный преподавателем вопрос – 5 баллов
- Дан недостаточно полный ответ, студент не владеет глубокими знаниями по разделу, действует по алгоритму 0-5 баллов.
- Ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу – 0 баллов

19. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки А(1, 2) и В(3, 4) (ответ запишите в виде $Ax+By+C=0$).

Верно Неверно

21. Точка А(-4;2) принадлежит прямой $3x-4y+8=0$

Неверно Верно

22. Каждая прямая на плоскости с прямоугольной декартовой системой координат определяется уравнением первой степени

Верно Неверно

23. Уравнением в отрезках может быть задана любая прямая на плоскости

Неверно Верно

24. Найти точку пересечения прямых $2x+3y-8=0$ и $x-2y+3=0$. В ответ введите сумму координат.

25. Известно уравнение прямой $y=-1/5x+5$. Указать прямую, перпендикулярную данной прямой:

$y=5x-4$ $y=4x-5$
 $y=-1/5x-5$ $y=-5x+4$

26. Какие из данных прямых проходят через начало координат:

$x-y=0$ $3x-2y=0$
 $x-y=3$ $x-2y-9=0$

$2x-y-4=0$

27. Найти расстояние между точками А(1;2) и В(5;-3). Введите подкоренное выражение

28. Для того чтобы разделить два числа в тригонометрической форм нужно:

разделить их модули, а аргументы вычесть
перемножить их модули, а аргументы вычесть
перемножить их аргументы, а модули сложить
разделить их аргументы, а модули сложить

29. Укажите уравнение прямой заданное с угловым коэффициентом

$y=-3x+4$ $y+4x-5=0$

$y/5+x/7=1$ $2x=5$

30. Укажите уравнение прямой параллельной оси ОХ

$y=-2$ $y+4x-5=0$

$y/5+x/7=1$ $x=-5$

31. Укажите уравнение прямой параллельной оси ОУ

$x=-5$ $y=-2$

$y+4x-5=0$ $y/5+x/7=1$

32. Укажите уравнение прямой проходящей через начало координат

$2x=5$ $y=-3x+4$

$y+4x-5=0$ $y/5+x/7=1$

Комплексные числа

1. Для комплексного числа $z=-4+5i$, $Re z$ равна

4 5 -4 -5

2. Указать число, сопряженное к комплексному числу $z = 7 - i$.

$7+i$ $-7-i$ $-7+i$ $7-i$

3. Даны два комплексных числа $z_1 = 2 + i$ и $z_2 = 4 - 3i$, их сумма равна.

4. Найти модуль комплексного числа $z = 1 - 3i$. В ответ введите подкоренное выражение

5. Модуль комплексного числа $z = 4 + 3i$ равен:

6. Аргументом комплексного числа $z = a + bi$ называется величина угла φ между отрицательным направлением действительной оси Ох и вектором r , изображающим комплексное число.

Неверно верно

7. Тригонометрическая форма комплексного числа имеет вид:

$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, $z = r(\cos \varphi - i \sin \varphi)$,

$z = r(\sin \varphi + i \cos \varphi)$, $z = r(\sin \varphi - i \cos \varphi)$,

8. Для того чтобы умножить два числа в тригонометрической форм нужно:

перемножить их модули, а аргументы сложить
перемножить их модули, а аргументы вычесть
перемножить их аргументы, а модули сложить
разделить их аргументы, а модули сложить

9. Модуль комплексного числа $z = -2i$ равен

10. Аргумент комплексного числа $z = -2i$ равен: ответ введите в градусах

ответ 270

11. Комплексными числами называются числа вида $x + yi$, где i - мнимая единица, а x и y - это

Действительные числа Натуральные числа
Рациональные числа Иррациональные числа

12. Произведение двух комплексных чисел $z_1 = a + bi$ и $z_2 = c + di$ равно

$$(a + bi) * (c + di) = (ac - bd) + (bc + ad)i$$

$$(a + bi) * (c + di) = (ac - bd) - (bc + ad)i$$

$$(a + bi) + (c + di) = (a - c) + (b - d)i$$

$$(a + bi) + (c + di) = (a + d) + (b + c)i$$

13. Найти i^{135}

14. Вычислить $(2 + 3i)(5 - 7i)$. В ответ запишите разность действительной и мнимой части

15. Для того чтобы разделить два комплексных числа в алгебраической форме, нужно:

Числитель и знаменатель умножить на число сопряженное знаменателю

Числитель и знаменатель умножить на число сопряженное числителю

Числитель умножить на число сопряженное знаменателю

Знаменатель умножить на число сопряженное знаменателю

16. Найти частное от деления $(2+3i)/(5-7i)$. В ответе записать действительную часть получившегося комплексного числа в виде a/b

17. Найти y из равенства: $3y + 5xi = 15 - 7i$

18. Решить уравнение $x^2+1=0$

$$x=i, x=-i$$

Корней нет

$$x=i$$

$$x=-i$$

19. Соответствие между алгебраической и тригонометрической записью комплексного числа:

1. 4 $4(\cos 0 + i \sin 0)$

2. i $4(\cos \pi + i \sin \pi)$

$$\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(\cos \pi + i \sin \pi)$$

20. Модуль комплексного числа $4 + 3i$:

$$25$$

$$16$$

$$9$$

$$5$$

21. Два комплексных числа, отличающиеся лишь знаком мнимой части, называются
противоположными сопряженными
мнимыми действительными

22. Соответствие между комплексным числом и его аргументом:

1. $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$

$$-\frac{\pi}{4}$$

2. $z = -3i$

$$\frac{\pi}{4}$$

3. $z = \frac{\sqrt{3}}{8} - \frac{1}{8}i$

$$\frac{\pi}{4}$$

$$-\frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{6}$$

23. Сравнить комплексные числа: $z_1 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ и $z_2 = -3i$

$$z_1 > z_2$$

$$z_1 < z_2$$

$$z_1 = z_2$$

сравнить не возможно

1. Отметьте правильный ответ

Произведение $(2 + 3i)(2 - 3i)$ равно:

$$13$$

$$-5$$

$$4 - 9i$$

$$4 + 9i$$

Ответ:

24. Соответствие между алгебраической и тригонометрической записью комплексного числа:

1. 4 $4(\cos 0 + i \sin 0)$

2. i $4(\cos \pi + i \sin \pi)$

$$\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(\cos \pi + i \sin \pi)$$

Ответ:

1.

2.

25. Отметьте правильный ответ

Мнимая единица в пятой степени:

- i
- $-i$
- 1
- 1

Ответ:

26. Отметьте правильный ответ

Модуль комплексного числа $4 + 3i$:

- 25
- 16
- 9
- 5

Ответ:

27. Отметьте правильный ответ

Два комплексных числа, отличающиеся лишь знаком мнимой части, называются

- противоположными
- сопряженными
- мнимыми
- действительными

Ответ:

28. Соответствие между комплексным числом и его аргументом:

- 1. $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ $-\frac{\pi}{4}$
- 2. $z = -3i$ $\frac{\pi}{4}$
- 3. $z = \frac{\sqrt{3}}{8} - \frac{1}{8}i$ $\frac{\pi}{4}$
- $-\frac{\pi}{2}$
- $-\frac{\pi}{6}$

Линейная алгебра

2. Диагональная матрица, у которой каждый элемент главной диагонали равен единице, называется
единичной

3. Матрица, содержащая один столбец, называется.....

Вектор-столбец

4. Матрица, полученная из данной заменой каждой ее строки столбцом с тем же номером, называется

.....

транспонированной.

5. Операция сложения матриц вводится только для матриц одинаковых размеров.

+Да

Нет

6. Операция сложения матриц обладает свойствами. Указать верные свойства

+ $A+B = B+A$;

+ $E+A = A$;

+ $(A + B) + C = A + (B + C)$

+ $A+O = A$;

7. Элементарным преобразованием матриц является прибавление ко всем элементам ряда матрицы соответствующих элементов параллельного ряда, умноженных на одно и то же число.

+Да

Нет

8. Операция умножения двух матриц вводится только для случая, когда "число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы.

+Да

Нет

9. Операция умножения матриц вводится только для матриц одинаковых размеров.

Да

+Нет

10. если $AB = BA$, то матрицы A и B называются

перестановочными,

11. Вычисление определителя второго порядка осуществляется по правилу треугольника

Да

- +Нет
12. **Знак определителя изменится при транспонировании.**
Верно
+неверно
13. **Определитель не изменится, если его строки заменить столбцами, и наоборот.**
+Верно
неверно
14. **При перестановке двух параллельных рядов определитель меняет знак.**
+Верно
неверно
15. **Определитель, имеющий два одинаковых ряда, равен нулю.**
+Верно
неверно
16. **Общий множитель элементов какого-либо ряда определителя можно вынести за знак определителя.**
+Верно
неверно
17. **Определитель не изменится, если к элементам одного ряда прибавить соответствующие элементы параллельного ряда, умноженные на любое число.**
+Верно
неверно
18. **Алгебраическим дополнением некоторого элемента a_{ij} определителя n -го порядка называется определитель $n-1$ -го порядка, полученный из исходного путем вычеркивания строки и столбца, на пересечении которых находится выбранный элемент.**
Верно
+неверно
19. **Определитель равен сумме произведений элементов некоторого ряда на соответствующие им алгебраические дополнения.**
+Верно
неверно
20. **Сумма произведений элементов какого-либо ряда определителя на алгебраические дополнения соответствующих элементов параллельного ряда равна.**
+нулю
единице
необходимы вычисления
21. **Квадратная матрица A называется невырожденной, если ее определитель**
+ не равен нулю :
равен нулю
равен единице
22. **Всякая невырожденная матрица имеет обратную.**
+Верно
неверно
23. **Наибольший из порядков миноров матрицы, отличных от нуля, называется рангом матрицы.**
+Верно
неверно
24. **Наименьший из порядков миноров матрицы, отличных от нуля, называется рангом матрицы.**
Верно
+неверно
25. **При транспонировании матрицы ее ранг не меняется.**
+Верно
неверно
26. **Если вычеркнуть из матрицы нулевой ряд, то ранг матрицы не изменится.**
+Верно
Неверно
27. **система записанная в матричной форме имеет вид**
+ $AX=B$
 $AX+B=C$
 $AX+BY=C$
28. **Умножать на число можно:**
только прямоугольную матрицу;
только матрицу-строку;
только матрицу-столбец;
+любую матрицу;
29. **Метод Крамера применим для решения системы линейных уравнений, если:**
матрица системы любая;
матрица системы любая квадратная;
+матрица системы квадратная и невырожденная.
30. **Расширенной матрицей системы называется матрица системы, дополненная**
+столбцом свободных членов

единичной матрицей
строкой свободных членов

31. Система уравнений называется совместной, если она имеет хотя бы одно решение
ровно одно решение
не одного решения

32. Система уравнений называется несовместной, если она имеет хотя бы одно решение
Верно
+неверно

33. Совместная система называется определенной, если она имеет
+единственное решение,
более одного решения.
Ни одного решения

34. Совместная система называется неопределенной, если она имеет более одного решения
+Верно
Неверно

35. Вопрос о совместности систем решает теорема
+Кронекера-Капелли.
Гаусса
Крамера

36. Система линейных алгебраических уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг расширенной матрицы системы равен рангу основной матрицы .

+Верно
Неверно

37. Если ранг совместной системы равен числу неизвестных, то система имеет единственное решение.

+Верно
Неверно

38. Если ранг совместной системы меньше числа неизвестных, то система имеет бесчисленное множество решений

+Верно
Неверно

39. Если ранг совместной системы больше числа неизвестных, то система имеет бесчисленное множество решений

Не имеет решения

+такого быть не может

40. Для того, чтобы однородная система n линейных уравнений с n неизвестными имела ненулевые решения, необходимо и достаточно, чтобы ее определитель был равен нулю.

+Верно
Неверно

41. Метод Гаусса применим для решения системы линейных уравнений, если:

матрица системы квадратная и невырожденная;

+матрица системы любая;

матрица системы любая квадратная.

42. При умножении матрицы на обратную к ней получаем:

матрицу-столбец;

матрицу-строку;

+единичную матрицу;

43. Система линейных уравнений называется однородной, если ее правая часть:

отлична от нулевого вектора;

правая часть состоит только из двоек;

правая часть состоит только из отрицательных чисел;

правая часть состоит только из единиц;

Однородная система линейных уравнений имеет ненулевые решения, когда ее определитель равен нулю

+Верно

Неверно

Шкала оценивания:

Процент выполненных тестовых заданий	Количество набранных баллов
91% - 100%	Отлично 10 баллов

81% - 90%	Отлично9баллов
71% - 80%	Хорошо8баллов
61% - 70%	Удовлетворительно7 баллов
51% - 60%	Удовлетворительно6 баллов
<50%	Неудовлетворительно0 баллов