Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-ВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.К. АММОСОВА»
Технический институт (филиал) ФГАОУ ВО «СВФУ» в г. Нерюнгри

Кафедра математики и информатики

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Б1.О.15 Дискретная математика

для программы бакалавриата
по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика
Направленность программы: Прикладная информатика в менеджменте

Форма обучения: очная

Нерюнгри 2022

УТВЕРЖДЕНО на заседании
выпускающей кафедры МиИ
«05» 05 2022 г., протокол № 10
Заведующий кафедрой / Самохина В.М
«05» 05 2022 г.

УТВЕРЖДЕНО на заседании
обеспечивающей кафедры МиИ
«05» 05 2022 г., протокол № 10
Заведующий кафедрой / Самохина В.М.
«05» 05 2022 г.

СОГЛАСОВАНО:
Эксперты[1]:

Похорукова М.Ю., к.т.н., доцент кафедры МиИ, ТИ (ф) СВФУ
Ф.И.О., должность, организация — подпись

Юданова В.В., ст. преподаватель кафедры МиИ, ТИ (ф) СВФУ
Ф.И.О., должность, организация — подпись

СОСТАВИТЕЛЬ (И):

Самохина В.М., к.п.н., доцент кафедры МиИ, ТИ (ф) СВФУ
Ф.И.О., должность, организация — подпись

[1] Эксперт первый: со стороны выпускающей кафедры (или работодатель). Эксперт второй: со стороны обеспечивающей кафедры.

Паспорт фонда оценочных средств
по дисциплине Дискретная математика

№	Контролируемые разделы (темы)	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Требования к уровню усвоения компетенции	Наименование оценочного средства
1	Элементы теории множеств	ОПК-2 - Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	**знать:** элементы теории множеств	Тестирование, Экзамен
2	Комбинаторика	ОПК-2 - Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	**уметь:** применять изученный математический аппарат при решении типовых задач, а также обнаруживать применимость аппарата математической логики для решения задач из родственных областей науки и её приложений	Тестирование, Экзамен
3	Элементы математической логики	ОПК-2 - Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	**владеть:** способностью и готовностью к изучению дальнейших понятий и теорий, разработанных в современной математике, а также к оценке степени адекватности предлагаемого аппарата к решению прикладных задач	Тестирование, Экзамен РГР
4.	Элементы теории графов	ОПК-2 - Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	**знать:**существующие математические методы реализации алгоритмов решения прикладных задач	Тестирование, Экзамен РГР

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Технический институт (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова» в г. Нерюнгри

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Программа экзамена

Экзамен по дисциплине проводится в форме собеседования по экзаменационным билетам. Экзаменационный билет включаетодинтеоретический вопрос и два практических задания.

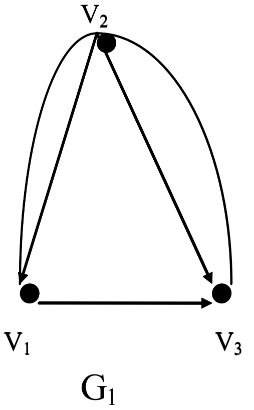
Вопросы к экзамену:

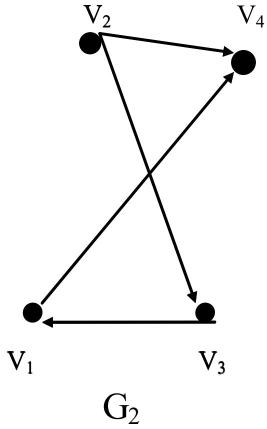
1 семестр

1. Множества и операции над ними.
2. Число элементов в пересечении и объединении множеств.
3. Основной принцип комбинаторики. Правило суммы и произведения.
4. Размещения с повторениями и без.
5. Перестановки с повторениями и без повторений.
6. Сочетания с повторениями и без.
7. Свойства сочетаний.
8. Бином Ньютона. Применение формулы бинома Ньютона.
9. Понятие высказывания Основные операции над высказываниями. Таблицы истинности.
10. Применение математической логики в программировании и технике.
11. Логические парадоксы и софизмы.
12. Совершенные нормальные формы. Алгоритм получения СДНФ по таблице истинности и с помощью равносильных преобразований.
13. Совершенные нормальные формы. Алгоритм получения СКНФ по таблице истинности и с помощью равносильных преобразований.
14. Элементарные функции и их свойства; полные системы функций.
15. Машины Тьюринга.
16. Графы: основные понятия; способы представления графов.
17. Способы нахождения минимального оставного дерева.
18. Способы нахождения кратчайшего пути. Алгоритм Дейкстры.
19. Эйлеровы циклы; теорема Эйлера.
20. Потоки в сетях: теорема Фолда-Фалкерсона о максимальном потоке и минимальном разрезе; алгоритм нахождения максимального потока.
21. Условие существования разделимого кода с заданными длинами кодовых слов; оптимальные коды; методы построения оптимальных кодов; метод Хаффмана.

Типовое практическое задание

1. Найтиоперациипересечениеграфов.





Критерии оценки:

Компетенции	Характеристика ответа на теоретический вопрос / выполнения практического задания	Количество набранных баллов
ОПК-2	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно раскрыты основные положения вопросов; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий. Знание по предмету демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Приведены доказательства теорем и выводы формул.	10 б.
	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно раскрыты основные положения вопросов; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий. Знание по предмету демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Могут быть допущены недочеты в доказательстве формул и теорем, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	9б.
	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен. Может быть допущена одна неточности или незначительная ошибка при доказательстве формул и теорем исправленные студентом с помощью преподавателя.	8 б.
	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен. Может быть допущены две неточности или незначительные ошибки при доказательстве формул и теорем исправленные студентом с помощью преподавателя.	7 б.
	Дан не полный ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Демонстрирует базовые знания по предмету. Имеются неточности при доказательстве формул, теорем	6 б.
	Дан не полный ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Демонстрирует базовые знания по предмету . При доказательстве теорем и формул допущены значительные ошибки.	5 б.
	Дан не полный ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении	4б.

	терминов. При доказательстве теорем и формул допущены значительные ошибки.	
	Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Не приведены доказательства теорем и выводы формул.	3б.
	Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса по билету с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения.	2б
	Ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения.	1б
	Ответ на вопрос полностью отсутствует *или* Отказ от ответа	0 б.
ОПК-2	Практическое задание выполнено верно, отсутствуют ошибки различных типов.	10 б.
	Практическое задание выполнено верно, отсутствуют ошибки различных типов. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	9 б.
	Ход решения верен, получен неверный ответ из-за одной вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	8 б.
	Ход решения верен, получен неверный ответ из-за двух вычислительных ошибок, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	7 б
	Ход решения верен, получен неверный ответ из-за двух незначительных ошибок различных типов, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	6 б.
	Ход решения не верен.Допущена одна значительныаяошибка.Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя приводят к коррекции ответа студента	5б
	Ход решения не верен.Допущены две значительные ошибки.Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя приводят к коррекции ответа студента	4б
	Ход решения не верен.Допущены три значительные ошибки.Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя приводят к коррекции ответа студента	3б
	Не верная последовательность всех шагов решенияДополнительные и уточняющие вопросы преподавателя приводят к коррекции ответа студента	2б

	Не верная последовательность всех шагов решенияДополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента	1б
	Выполнение практического задания отсутствует	0 б.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Технический институт (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова» в г. Нерюнгри

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Практические задания

по теме «Элементы математической логики»

Задание 1. Приведите пример составных высказываний, образованных при помощи логических связок «или», «и», «если,...то», «не», «тогда и только тогда»

а) с математическим содержанием;

в) с нематематическим содержанием.

Задание 2. Высказывание расчлените на простые, запишите символически, введя буквенные обозначения, для полученной формулы составить таблицу истинности.

1. Если завтра будет дождь или снег, то занятия кончатся раньше, и мы пойдем в театр.
2. Чтобы прямая а была параллельна плоскости α, необходимо и достаточно, чтобы прямая а была параллельна прямой в, лежащей в плоскости α.
3. Если прямая а параллельна плоскости α и прямая в параллельна плоскостиα, то прямые а и в параллельны.
4. Завтра будет ясно или будет дождь, и если занятия окончатся раньше, то мы пойдем в кино.
5. Мы пойдем в театр или в кино, в том и только в том случае, если не будет дождя и будет ясно.
6. Чтобы перейти на следующий курс необходимо выучить предмет и сдать экзамен или получить перезачет.
7. На улице светит солнце и погода не дождливая тогда и только тогда когда на улице не пасмурно и не идет дождь.
8. Если вы пришли домой, а входная дверь открыта, то вы забыли ее закрыть или вас ограбили .
9. Если вы находитесь на собрании и у вас зазвонил телефон, то необходимо поднять трубку и сказать, что вы заняты.
10. Неверно, что: если Саша знает английский или арабский язык, то он разбирается в математике и физике.
11. Изучение литературы или истории способствует нравственному и физическому воспитанию.
12. Если я получу пятерку по физической культуре и рисованию, то значит я великий спортсмен или художник.

13. Если сегодня я пойду в кино или на каток, то я не смогу почитать книжку или выспаться.
14. Я люблю читать книги и журналы, поэтому хожу в библиотеку или покупаю книги.
15. Никита и Мишка пошли в деревню через сад и пруд короткой дорогой.
16. Если вечером будет туман или дождь, то Сергей или останется дома, или должен будет взять зонт.
17. Посевная пройдет успешно, если вовремя будут отремонтированы тракторы и комбайны или все колхозники выйдут на работу.
18. Если не пойдет дождь или снег, то экскурсия состоится, в противном случае – нет.
19. Овладение искусством общения влечет улучшение межличностных отношений и приятное времяпровождение.
20. Зашумел ветер, сверкнула молния, загремел гром, а дождь не пошел.

Задание 3. Докажите равносильность формул с помощью равносильных преобразований

1. $a \leftrightarrow (a \to b) = b \leftrightarrow (b \to a)$
2. $(a \leftrightarrow b) \vee c = a \vee c \leftrightarrow b \vee c$
3. $(a \leftrightarrow b) \to b = (a \leftrightarrow b) \to a$
4. $a \wedge (b \leftrightarrow c) = a \wedge b \leftrightarrow \overline{a} \vee c$
5. $a \to (a \leftrightarrow b) = \overline{b} \to (a \leftrightarrow b)$
6. $a \to (b \leftrightarrow c) = a \wedge b \leftrightarrow a \wedge c$
7. $\overline{a} \leftrightarrow (b \to a) = \overline{b} \leftrightarrow (a \to b)$
8. $(a \leftrightarrow b) \to c = (\overline{a} \to c) \leftrightarrow (b \to c)$
9. $a \leftrightarrow (b \to a) = b \leftrightarrow (a \to b)$
10. $c \to (a \leftrightarrow b) = (c \to a) \leftrightarrow (c \to b)$
11. $b \to (a \leftrightarrow b) = \overline{a} \to (a \leftrightarrow b)$
12. $a \wedge b \leftrightarrow c = (a \leftrightarrow c) \leftrightarrow (a \to b)$
13. $a \vee b \leftrightarrow b = a \to (a \leftrightarrow b)$
14. $(a \leftrightarrow b) \vee c = (a \to c) \leftrightarrow (b \to c)$
15. $\overline{a} \leftrightarrow (a \to b) = \overline{b} \leftrightarrow (b \to a)$
16. $(a \leftrightarrow b) \wedge c = a \vee \overline{c} \leftrightarrow b \wedge c$
17. $a \leftrightarrow a \wedge b = a \vee b \leftrightarrow b$
18. $c \to (a \leftrightarrow b) = \overline{a} \wedge c \leftrightarrow \overline{b} \wedge c$
19. $(a \leftrightarrow b) \to \overline{b} = (a \leftrightarrow b) \to \overline{a}$
20. $\overline{a} \to (b \leftrightarrow c) = (b \to a) \leftrightarrow (c \to a)$

Задание 4. Определить логическое значение высказывания, исходя из логических значений всех предыдущих высказываний

1. $A \to B = 1$, $A \leftrightarrow B = 0$, $B \to A =$;
2. $A \to B = 1$, $(\overline{A} \wedge B) \to (\overline{A} \vee B) =$;
3. $A \leftrightarrow B = 0$ $\overline{B} \to A =$;
4. $A \wedge B = 0$, $A \to B = 1$, $B \to \overline{A} =$;
5. $A \leftrightarrow B = 0$, $A \to B = 1$, $(\overline{A} \to B) \leftrightarrow A =$;
6. $A \vee B = 1$, $A \to B = 1$, $\overline{B} \to A =$;
7. $A \wedge B = 0$, $A \leftrightarrow B = 0$, $A \to B = 1$, A=;
8. $A \wedge B = 0$, $A \leftrightarrow B = 0$ $A \to B = 1$, B=;
9. $A \wedge B = 0$, $A \vee B = 1$, $A \to B = 1$, $B \to A =$;
10. $A \to (B \leftrightarrow A) = 0$, $A \to B =$;
11. $A \to B = 1$, $\overline{A \to B} \to B =$;
12. $A \to B = 1$, $(A \to B) \to C =$;
13. $A \leftrightarrow B = 1$, $\overline{A} \leftrightarrow B =$;
14. $A \leftrightarrow B = 1$, $A \leftrightarrow \overline{B} =$;
15. $(A \vee B) \to A = 1$, $A \to B = 1$, $\overline{B} \to \overline{A} =$;
16. $A \to B = 0$, $C \wedge (A \to B) =$;
17. $B = 0$, $C \vee (B \to A) =$;
18. $B = 1$, $\overline{A \vee B} \leftrightarrow (\overline{B} \wedge \overline{A}) =$;
19. $A = 0$, $(A \wedge B) \to (C \wedge A) =$;
20. $A = 0$, $(A \wedge B) \to (C \vee A) =$.

Задание 5. Для следующих формул найти СДНФ и СКНФ, каждую двумя способами (путем равносильны преобразований и используя таблицу истинности)

1. $(x \leftrightarrow y) \wedge (x \vee y)$
2. $(\overline{x} \wedge \overline{y} \vee (x \to y) \wedge x$
3. $x \to (x \to y)$
4. $x \to (x \vee y)$
5. $(x \to y) \to (\overline{y} \to x)$
6. $(\overline{y} \to x) \to (x \to y)$
7. $(x \to y) \wedge (x \to \overline{y}) \to \overline{x}$
8. $x \wedge (x \to y) \wedge (x \to \overline{y})$
9. $x \vee \overline{x} \to y \wedge \overline{y}$
10. $(x \wedge y) \to (x \vee y)$
11. $(\overline{y} \to \overline{x}) \vee (x \to y)$
12. $(\overline{y} \to x) \wedge x \to (x \to y)$
13. $(x \leftrightarrow \overline{y}) \wedge (x \vee y)$
14. $(\overline{y} \to x) \to (x \to y) \wedge y$

15. $(x \vee y) \to (\overline{y} \to x)$
16. $(x \wedge (x \vee y)) \to (\overline{y} \to x)$
17. $(x \vee \overline{y}) \wedge (x \to y)$
18. $(x \leftrightarrow \overline{y}) \wedge (\overline{x} \vee y)$
19. $(\overline{\overline{x} \to \overline{y}} \vee (x \vee y) \wedge x$
20. $(\overline{y} \to x) \wedge (\overline{x} \to y)$

Задание 6. Для функции $f(x, y, z)$ выяснить вопрос о принадлежности классам T_0, T_1, L, M, S.

1. $f(x, y, z) = (10010111)$
2. $f(x, y, z) = (01100101)$
3. $f(x, y, z) = (11011000)$
4. $f(x, y, z) = (00111110)$
5. $f(x, y, z) = (01111100)$
6. $f(x, y, z) = (01100011)$
7. $f(x, y, z) = (10000111)$
8. $f(x, y, z) = (01111001)$
9. $f(x, y, z) = (01011001)$
10. $f(x, y, z) = (10100111)$
11. $f(x, y, z) = (00100110)$
12. $f(x, y, z) = (10101101)$
13. $f(x, y, z) = (00101000)$
14. $f(x, y, z) = (11101101)$
15. $f(x, y, z) = (01011100)$
16. $f(x, y, z) = (11011010)$
17. $f(x, y, z) = (00010110)$
18. $f(x, y, z) = (01101110)$
19. $f(x, y, z) = (10110111)$
20. $f(x, y, z) = (00010110)$

Задание 7. Составить релейно-контактную схему для формулы

1. $(\overline{y} \to x) \vee x \to (\overline{x} \to y)$
2. $(x \leftrightarrow \overline{y}) \wedge (x \to y)$
3. $(\overline{y} \to x) \vee (x \to y) \wedge y$
4. $(\overline{x} \vee y) \to (\overline{y} \to x) \vee x$
5. $(x \wedge (\overline{x \vee y})) \to (\overline{y} \to x)$
6. $(x \vee \overline{y}) \wedge (\overline{x \to y})$

7. $(x \leftrightarrow \overline{y}) \to (\overline{x} \vee y)$
8. $\overline{(\overline{x} \vee \overline{y}} \vee (x \vee y) \wedge x$
9. $(\overline{y} \to x) \to (\overline{x} \to y)$
10. $(x \to y) \wedge (x \vee y)$
11. $\overline{(\overline{x} \wedge \overline{y}} \vee (x \leftrightarrow y) \wedge x$
12. $(x \to \overline{y}) \vee (x \to y)$
13. $x \to (y \vee x \leftrightarrow y)$
14. $(x \vee y) \to (\overline{y} \to x)$
15. $(\overline{y} \to x) \to (x \to y)$
16. $(x \to y) \wedge (x \to \overline{y}) \to \overline{x}$
17. $x \wedge (\overline{y} \to x) \wedge (x \to \overline{y})$
18. $x \vee \overline{(x} \to y) \wedge \overline{y}$
19. $(x \wedge (\overline{x} \vee y)) \to (\overline{y} \to x)$
20. $(x \vee \overline{y}) \leftrightarrow (x \to y)$

Задание 8. Решите логические задачи.

1. **1.** Определите, кто из подозреваемых участвовал в преступлении, если известно:

    a) Если Иванов не участвовал или Петров участвовал, то Сидоров участвовал.
    b) Если Иванов не участвовал, то Сидоров не участвовал.

2. Аня, Вика и Сергей решили пойти в кино. Учитель, хорошо знавший ребят, высказал предположения:

a) Аня пойдет в кино только тогда, когда пойдут Вика и Сергей;
b) Аня и Сергей пойдут в кино вместе или же оба останутся дома;
c) Чтобы Сергей пошел в кино, необходимо, чтобы пошла Вика.

Когда ребята пошли в кино, оказалось, что учитель немного ошибся: из трёх его утверждений истинными оказались только два. Кто из ребят пошел в кино?

3. На вопрос, какая завтра будет погода, синоптик ответил:

a) «если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя»;
b) «если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра»;
c) «если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет ветра».

Подумав немного, синоптик уточнил, что его три высказывания можно лаконично записать в виде одного составного высказывания. Сформулируйте его.

4. Алёша, Боря и Гриша нашли в земле старинный сосуд.

Рассматривая удивительную находку, каждый высказал по два предположения:

Алёша: «Это сосуд греческий и изготовлен в 5-ом веке».

Боря: «Это сосуд финикийский и изготовлен в 3-ем веке».

Гриша: «Это сосуд не греческий и изготовлен в 4-ом веке».

Учитель истории сказал ребятам, что каждый из них прав только в одном из двух предположений. Где и в каком веке изготовлен сосуд?

5. В школе, перешедшей на самообслуживание, четырём старшеклассникам: Андрееву, Костину, Савельеву и Давыдову поручили убрать 7-ой, 8-ой,. 9-ый и 10-ый классы. При проверке оказалось, что 10-ый класс убран плохо. Не ушедшие домой ученики и сообщили о следующем:

   a) Андреев: «Я убирал 9-ый класс, а Савельев – 7-ой».
   b) Костин: «Я убирал 9-ый класс, а Андреев – 8-ой».
   c) Савельев: «Я убирал 8-ой класс, а Костин – 10-ый».

   Давыдов уже ушёл домой. В дальнейшем выяснилось, что каждый ученик в одном из двух высказываний говорил правду, а во втором ложь. Какой класс убирал каждый ученик?

6. Пять школьников из пяти различных городов Брянской области прибыли для участия в областной олимпиаде по математике. На вопрос: «Откуда вы?» каждый дал ответ:
   Иванов: «Я приехал из Клинцов, а Дмитриев– из Новозыбкова».
   Сидоров: «Я приехал из Клинцов, а Петров– из Трубчевска».
   Петров: «Я приехал из Клинцов, а Дмитриев– из Дятькова».
   Дмитриев: «Я приехал из Новозыбкова, а Ефимов– из Жуковки».
   Ефимов: «Я приехал из Жуковки, а Иванов живёт в Дятькове».
   Откуда приехал каждый из школьников, если одно его утверждение верно, а другое ложно.
7. Семья, состоящая из отца А, матери В и трёх дочерей С, Д, Е купила телевизор. Условились, что в первый вечер будут смотреть передачи в таком порядке:

   a) Когда отец А смотрит передачу, то мать В делает то же.
   b) Дочери Д и Е, обе или одна из них, смотрят передачу.
   c) Из двух членов семьи – мать В и дочь С – смотрят передачу одна и только одна.
   d) Дочери С и Д или обе смотрят, или обе не смотрят.
   e) Если дочь Е смотрит передачу, то отец А и дочь Д делают то же.

Кто из членов семьи в этот вечер смотрит передачу?

8. На вопрос: «Кто из трёх студентов изучал математическую логику?» получен верный ответ – «Если изучал первый, то изучал и третий, но неверно, что если изучал второй, то изучал и третий». Кто изучал математическую логику?

9. Определите, кто из четырёх студентов сдал экзамен, если известно:

a) Если первый сдал, то и второй сдал.
b) Если второй сдал, то третий сдал или первый не сдал.
c) Если четвёртый не сдал, то первый сдал, а третий не сдал.
d) Если четвёртый сдал, то и первый сдал.

10 Четыре студентки, имена которых начинаются буквами А, Е, С, Р посещают институт по очереди и ведут общий конспект лекций. Необходимо составить график посещения на ближайшую неделю, учитывая, что:

a) Понедельник – день самостоятельной работы на курсе, и в институт не ходит никто, а в субботу необходимо быть всем.
b) С и Р не смогут пойти на занятия во вторник в связи с большой загруженностью в понедельник.
c) Если С выйдет в среду или Р – в четверг, то Е согласится побывать на занятиях в пятницу.
d) Если А не пойдёт в ВУЗ в четверг, то Е позволит себе сходить туда в среду.
e) Если А или Р будут в институте в среду, то С сможет пойти в пятницу.
f) Если Р в пятницу вместо института пойдёт на свадьбу подруги, то А придётся сходить в институт во вторник, а С – в четверг.

11 Четыре друга – Антонов (А), Вехов (В), Сомов (С), Деев (Д) решили провести каникулы в четырёх различных городах – Москве, Одессе, Киеве и Ташкенте. Определите, в какой город должен поехать каждый из них, если имеются следующие ограничения:

a) Если А не едет в Москву, то С не едет в Одессу.
b) Если В не едет ни в Москву, ни в Ташкент, то А едет в Москву.
c) Если С не едет в Ташкент, то в едет в Киев.
d) Если Д не едет в Москву, то В не едет в Москву.
e) Если Д не едет в Одессу, то В не едет в Москву.

12 В нарушении правил обмена валюты подозреваются четыре работника банка – А, В, Си Д. Известно, что:

a) Если А нарушил, то и В нарушил правила обмена валюты.
b) Если В нарушил, то и С нарушил или А не нарушал.
c) Если Д не нарушил, то А нарушил, а С не нарушал.
d) Если Д нарушал, то и А нарушил.

Кто из подозреваемых нарушил правила обмена валюты? Решите задачу с помощью логических операций.

13 Виктор, Роман, Леонид и Сергей заняли на олимпиаде по физике четыре первых места. Когда их спросили о распределении мест, они дали три таких ответа:

a) Сергей- первый, Роман- второй;
b) Сергей- второй, Виктор- третий;
c) Леонид-второй, Виктор- четвёртый.

Известно, что в каждом ответе только одно утверждение истинно. Как распределились места?

14 Однажды следователю пришлось одновременно допрашивать трёх свидетелей: Клода, Жака и Дика. Их показания противоречили друг другу, и каждый из них обвинял кого нибудь во лжи.

a) Клод утверждал, что Жак лжёт.
b) Жак обвинял во лжи Дика.
c) Дик уговаривал следователя не верить ни Клоду, ни Жаку.

Но следователь быстро вывел их на чистую воду, не задав им ни одного вопроса. Кто из свидетелей говорил правду?

15 Вернувшись домой, Мегрэ позвонил на набережную Орфевр.

- Говорит Мегрэ. Есть новости?

- Да, шеф. Поступили сообщения от инспекторов. Торранс установил, что если Франсуа был пьян, то либо Этьен убийца, либо Франсуа лжёт. Жуссье считает, что или Этьен убийца, или Франсуа не был пьян и убийство произошло после полуночи. Инспектор Люка просил передать Вам, что если убийство произошло после полуночи, то либо Этьен убийца, либо Франсуа лжёт. Затем звонила …

- Все. Спасибо. Этого достаточно. – Комиссар положил трубку. Он знал, что трезвый Франсуа никогда не лжёт. Теперь он знал всё».

Какой вывод сделал комиссар Мегрэ?

16 В одном королевстве были незамужние принцессы, голодные тигры и приговоренный к казни узник. Но король всякому узнику, осужденному на смерть, давал последний шанс. Ему предлагалось угадать, в какой из двух комнат находится тигр, а в какой принцесса. Хотя вполне могло быть, что король в обеих комнатах разместил принцесс или, что несколько хуже, тигров. Выбор надо было сделать на основании табличек на дверях комнаты. Причём, утверждения на табличках были либо оба истинными, либо оба ложными. Надписи гласили:

a) По крайней мере в одной из этих комнат находится принцесса
b) Тигр сидит в первой комнате

Какую дверь должен выбрать узник?

17 На соревнованиях по легкой атлетике Андрей, Борис, Сергей и Володя заняли первые четыре места. Но когда девочки стали вспоминать, как эти места распределились между победителями, то мнения разошлись.
Даша сказала: "Андрей был первым, а Володя - вторым".
Галя утверждала: "Андрей был вторым, а Борис - третьим".
Лена считала: "Борис был четвертым, а Сергей - вторым".
Ася, которая была судьей на этих соревнованиях и хорошо помнила, как распределились места, сказала, что каждая из девочек сделала одно правильное и одно неправильное заявление.
Кто из мальчиков какое место занял?

18 Ученик делает следующие высказывания:

А. Если я люблю физику, то люблю и математику.

Б. Если высказывание А истинно, то я люблю физику.

Следует ли из этих высказываний, что ученик любит физику?

19 Перед сдачей вступительных экзаменов в институт Миша предполагал, что:

a) если он сдаст математику, то информатику он сдаст только при условии, что не завалит диктант;
b) не может быть, чтобы он завалил и диктант, и математику;
c) достаточное условие завала по информатике – это двойка по диктанту.

После сдачи экзаменов оказалось, что из трех высказанных предположений только одно было ложным. Как Миша сдал экзамены?

20 Три подразделения A, B, C торговой фирмы стремились получить по итогам года максимальную прибыль. Экономисты высказали следующие предположения:

a) если A получит максимальную прибыль, то максимальную прибыль получат также B и C;
b) либо A и C получат максимальную прибыль одновременно, либо A не получит и C не получит;
c) для того, чтобы C получило максимальную прибыль, необходимо, чтобы и B получило максимальную прибыль.

По завершении года оказалось, что одно из трех предположений ложно. Какие из названных подразделений получили максимальную прибыль.

Практическое занятие.
Комбинаторные соединения без повторения
Аудиторные задания.

Задание 1. Упростить выражение $B = \frac{7! \cdot 4!}{10!} \cdot \left(\frac{8!}{3! \cdot 5!} - \frac{9!}{2! \cdot 7!} \right)$.

Решение. Так как $10! = 7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$ и $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$, то $\frac{7! \cdot 4!}{10!} =$
$\frac{7! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} = \frac{1}{30}$.

Так как $\frac{8!}{3!5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5!} = 56$ и $\frac{9!}{2!7!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 7!} = 36$, то $\left(\frac{8!}{3! \cdot 5!} - \frac{9!}{2! \cdot 7!} \right) = 56 - 36 = 20$.

Поэтому $B = \frac{1}{30} \cdot 20 = \frac{2}{3}$.

Задание 2. Вычислить $F = \frac{A_{49}^{12} + A_{49}^{11}}{A_{49}^{10}} - \frac{A_{17}^{10} + A_{17}^{9}}{A_{17}^{8}}$.

Решение. Упростим выражение, применив формулу (3). Поскольку

$$\frac{A_{49}^{12} + A_{49}^{11}}{A_{49}^{10}} = \left(A_{49}^{12} + A_{49}^{11} \right) \cdot \frac{1}{A_{49}^{10}} = \left(\frac{49!}{37!} + \frac{49!}{38!} \right) \cdot \frac{39!}{49!} = \frac{39!}{37!} + \frac{39!}{38!} = 38 \cdot 39 + 39 = 39 \cdot (38+1) = 39^2$$

и

$$\frac{A_{17}^{10} + A_{17}^{9}}{A_{17}^{8}} = \left(A_{17}^{10} + A_{17}^{9} \right) \cdot \frac{1}{A_{17}^{8}} = \left(\frac{17!}{7!} + \frac{17!}{8!} \right) \cdot \frac{9!}{17!} = \frac{9!}{7!} + \frac{9!}{8!} = 8 \cdot 9 + 9 = 9 \cdot (8+1) = 9^2$$, то

$F = 39^2 - 9^2 + (39-9)(39+9) = 30 \cdot 48 = 1440$.

Задание 3 . Проверить равенство: $C_{13}^{9} + C_{13}^{10} = C_{14}^{10}$.

Решение. Вычислим по формуле (4) все числа сочетания, входящие в данное равенство.

$$C_{13}^{9} = \frac{13!}{9! \cdot (13-9)!} = \frac{(9!) \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13}{9! \cdot 4!} = \frac{10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 715$$

$$C_{13}^{10} = \frac{13!}{10! \cdot (13-10)!} = \frac{(10!) \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13}{10! \cdot 3!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 286$$

$$C_{14}^{10}=\frac{14!}{10!\cdot(14-10)!}=\frac{(10!)\cdot 11\cdot 12\cdot 13\cdot 14}{10!\cdot 4!}=\frac{11\cdot 12\cdot 13\cdot 14}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}=1001.$$

Подставив полученные значения, в исходное равенство $715+286=1001$, имеем верное тождество.

Задание 4 . Найти все натуральные *n*, удовлетворяющие условию:

$$A_{n-2}^{3}=4\cdot A_{n-3}^{2}.$$

Решение. По формуле (3) $A_{n-2}^{3}=\frac{(n-2)!}{(n-2-3)!}=\frac{(n-2)!}{(n-5)!}$ и $A_{n-3}^{2}=\frac{(n-3)!}{(n-3-2)!}=\frac{(n-3)!}{(n-5)!}$, подставив полученные выражения в исходное уравнение, получим $\frac{(n-2)!}{(n-5)!}=4\cdot\frac{(n-3)!}{(n-5)!}$, далее сократим дроби $(n-4)(n-3)(n-2)=4(n-4)(n-3)$, отсюда $n-2=4$, $n=6$.

Задание 6. Вычислить:

а) $\frac{99!-98!}{97!}$ в) $C_{21}^{4}/\left(C_{19}^{3}+C_{19}^{4}+C_{20}^{3}\right)$ д) $\frac{A_{12}^{4}-A_{11}^{4}}{A_{10}^{3}}$

б) $\frac{A_{12}^{6}\cdot 5!}{A_{11}^{9}}$ г) $\left(C_{15}^{8}+2C_{15}^{9}+C_{15}^{10}\right)/C_{17}^{10}$ е) $\frac{89!-88!}{87!}$

Задание 7. Проверить равенство:

а) $C_{12}^{4}+C_{12}^{5}=C_{13}^{5}$ в) $C_{16}^{12}=\frac{A_{16}^{4}}{P_4}$ д) $C_{17}^{10}-C_{17}^{9}=\frac{C_{18}^{10}}{2}$

б) $C_{14}^{6}+C_{14}^{7}=C_{15}^{7}$ г) $C_{15}^{12}=\frac{A_{15}^{3}}{P_3}$ е) $C_{16}^{9}-C_{16}^{8}=\frac{C_{17}^{9}}{2}$.

Задание8. Найти все натуральные *n*, удовлетворяющие условию:

а) $\frac{C_{n+1}^{2}}{C_{n}^{3}}=\frac{4}{5}$ в) $C_{n-1}^{n-2}=n^2-13$; д) $A_{n-1}^{2}-C_{n}^{1}=79$;

б) $5C_{2n}^{n-1}=8C_{2n-1}^{n}$ г) $\frac{C_{n+1}^{3}}{C_{n}^{4}}=\frac{6}{5}$; е) $C_{n}^{n-2}+2n=9$

Индивидуальные домашние задания

Вариант 1.

1. Вычислить: 1) $\left(\frac{P_3}{A_5^3}+\frac{P_2}{A_5^3}\right)\cdot A_5^2$
2. Проверить равенство: $C_{19}^{15}+C_{19}^{12}=C_{19}^{4}+C_{19}^{7}$
3. Найти все натуральные *n*, удовлетворяющие условию: $C_{n-1}^{n-2}=n^2-13$

Вариант 2.

1. Вычислить: 1) $\frac{\left(A_5^3+A_5^2\right)}{C_5^2}+P_5\cdot C_4^3$
2. Проверить равенство: $C_6^4+3C_6^3+3C_6^2+C_6^1=C_9^4$
3. Найти все натуральные *n*, удовлетворяющие условию: $\frac{P_{n+2}}{A_{n-1}^{n-4}\cdot P_3}=210$

Вариант 3.

1. Вычислить: $\frac{\left(A_8^4+A_7^4+A_5^4\right)}{P_3}-C_6^3$
2. Проверить равенство: $C_2^0+C_3^1+C_4^2+C_5^3=C_6^3$
3. Найти все натуральные *n*, удовлетворяющие условию: $A_n^2-C_n^{n-1}=48$

Вариант 4.

1. Вычислить: $\frac{\left(A_7^3+A_6^3+A_5^3\right)}{C_5^3}-P_4$
2. Проверить равенство: $C_{17}^{10}+C_{17}^{11}=C_{17}^{6}+C_{17}^{7}$
3. Найти все натуральные *n*, удовлетворяющие условию: $A_{n+1}^3+C_{n+1}^{n-1}=\frac{14}{n+1}$

Вариант 5.

1. Вычислить: $\frac{\left(C_{14}^6+C_{14}^7\right)}{C_{15}^7}+A_5^3\cdot P_6$
2. Проверить равенство: $C_{15}^4+C_{13}^8=C_{13}^5+C_{15}^{11}$
3. Найти все натуральные *n*, удовлетворяющие условию: $A_{n+1}^{n-1}+2P_{n-1}=\frac{30}{7}P_n$

Вариант 6.

1. Вычислить: $\dfrac{\left(C_{14}^{8}+2C_{14}^{9}+C_{14}^{10}\right)}{C_{16}^{10}}$
2. Проверить равенство: $C_9^7 \cdot C_{10}^9 = C_{10}^2 \cdot C_8^7$
3. Найти все натуральные *n*, удовлетворяющие условию: $7C_{2n-2}^{n-2} = 3C_{2n-1}^{n-1}$

Вариант 7.

1. Вычислить: $\dfrac{\left(\frac{1}{3}C_6^2 - \frac{1}{28}C_8^3 + \frac{1}{64}C_{15}^3\right)}{P_3 \cdot A_5^2}$
2. Проверить равенство: $\dfrac{A_{20}^4}{P_4} = C_{20}^{16}$
3. Найти все натуральные *n*, удовлетворяющие условию: $A_n^4 = 15 \cdot A_{n-2}^3$

Вариант 8.

1. Вычислить: $\dfrac{\left(A_5^3 + A_5^2\right)}{P_2} + \dfrac{P_6}{C_5^3}$
2. Проверить равенство: $C_3^0 + C_4^1 + C_5^2 + C_6^3 = C_7^3$
3. Найти все натуральные *n*, удовлетворяющие условию: $A_n^4 + C_n^{n-2} = 14n$

Вариант 9.

1. Вычислить: $C_{27}^{23} + C_{16}^{12} - 4C_9^6 \cdot \dfrac{A_5^2}{P_3}$
2. Проверить равенство: $C_8^3 \cdot C_{10}^8 = C_{10}^3 \cdot C_7^5$
3. Найти все натуральные *n*, удовлетворяющие условию: $\dfrac{A_n^4}{A_{n+1}^3 - C_n^{n-4}} = \dfrac{24}{23}$

Вариант 10.

1. Вычислить: $\dfrac{\left(C_{16}^9 + C_{16}^{10}\right)}{C_{15}^8 + C_{15}^9 + C_{16}^{10}}$
2. Проверить равенство: $\dfrac{A_{15}^8}{P_7} = C_{15}^7$

3. Найти все натуральные *n*, удовлетворяющие условию: $\dfrac{P_{n+5}}{A_{n+3}^{7} \cdot P_{n-4}} = 240$

Практическое занятие .
Комбинаторные соединения с повторениями и без повторений
Аудиторные задания

Задание 1. Скольким различными способами можно расставить на полке 9 книг, так чтобы определенные 4 книги стояли рядом?

Решение. Будем считать выделенные 4 книги за одну книгу, тогда для 6 книг существует $P_6 = 6! = 720$ способов перестановки. Но определенные 4 книги можно переставить между собой $P_4 = 4! = 24$ способами. По правилу умножения имеем $P_6 \cdot P_4 = 720 \cdot 24 = 17280$ способов.

Задание2. Сколько трехкнопочных комбинаций существует на кодовом замке (*все три кнопки нажимаются одновременно*), если на нем всего 10 цифр.

Решение: Так как кнопки нажимаются одновременно, то выбор этих трех кнопок – сочетание. Отсюда возможно

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3! \cdot (10-3)!} = \frac{(7!) \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{3! \cdot 7!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120$$

Задание3. В кружке по информатике занимаются 10 студентов, кружке по математике – 15, в кружке по физике – 12 и в кружке по химии – 20 студентов. Сколькими способами можно составить команду из трехинформатиков, четырех математиков и двух химиков?

Решение. Из 10 детей, занимающихся в кружке по информатике, нужно выбрать 3 человека, это можно сделать

$C_{10}^{3} = \dfrac{10!}{3! \cdot (10-3)!} = \dfrac{(7!) \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{3! \cdot 7!} = \dfrac{8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120$ способами.

Из 15 студентов, занимающихся в кружке по математике, нужно выбрать 4 человека, это можно сделать

$C_{15}^{4} = \dfrac{15!}{4! \cdot (15-4)!} = \dfrac{(11!) \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{4! \cdot 11!} = \dfrac{12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 1365$ способами.

Из 20 человек занимающихсякружке по химии, нужно выбрать 2, это можно сделать

$C_{20}^{2} = \dfrac{20!}{2!\cdot(20-2)!} = \dfrac{(18!)\cdot 19\cdot 20}{2!\cdot 18!} = \dfrac{19\cdot 20}{1\cdot 2} = 190$ способами.

Тогда по правилу умножения, число способов составить команду, заданного в условии задачи, состава можно $C_{10}^{3}\cdot C_{15}^{4}\cdot C_{20}^{2} = 120\cdot 1365\cdot 190 =$ 31122000 способами.

Задание4. Из 8 баскетболистов и 4 волейболистов нужно составить команду из 6 человек, в которой должно быть хотя бы два волейболиста?

Решение. Существует три варианта составления указанной команды:

1) команда состоит из 2 волейболистов и 4 баскетболистов, число способов составить такую команду равно: $C_4^2\cdot C_8^4 = \dfrac{4!}{2!\cdot(4-2)!}\cdot\dfrac{8!}{4!\cdot(8-4)!} = \dfrac{3\cdot 4}{1\cdot 2}\cdot\dfrac{5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = 6\cdot 70 = 420$.

2) команда состоит из 3 баскетболистов и 3 волейболисов, число способов составить такую команду равно $C_4^3\cdot C_8^3 = 4\cdot\dfrac{8!}{3!\cdot(8-3)!} = 4\cdot\dfrac{6\cdot 7\cdot 8}{1\cdot 2\cdot 3} = 4\cdot 56 = 224$.

3) команда состоит из 4 баскетболистов и 2 волейболистов, число способов составить такую команду равно $C_4^4\cdot C_8^2 = 1\cdot\dfrac{8!}{2!\cdot(8-2)!} = 1\cdot\dfrac{7\cdot 8}{1\cdot 2} = 1\cdot 28 = 28$.

Следовательно, по правилу суммы число всевозможных способов составить такую команду равно $C_4^2\cdot C_8^4 + C_4^3\cdot C_8^3 + C_4^4\cdot C_8^2 = 420 + 224 + 28 = 672$.

Задание5. Сколькими способами можно распределить семь молодых специалистов по трем фирмам, в которым соответственно нужен один, два, четыре специалиста?

Решение. Из семи специалистов выбираем одного любого специалиста в первую фирму, это можно сделать $C_7^1 = 7$ способами. Затем из оставшихся шести специалистов выбираем любых двоих - $C_6^2 = \dfrac{6!}{2!\cdot(6-2)!} = \dfrac{(4!)\cdot 5\cdot 6}{2!\cdot 4!} = \dfrac{5\cdot 6}{1\cdot 2} = 15$ способами. Оставшиеся четыре специалиста направляются на работу в третью фирму, число способов выбрать их равно $C_4^4 = 1$. Тогда по правилу умножения число способов таких различных распределений равно $C_7^1\cdot C_6^2\cdot C_4^4 = 7\cdot 15\cdot 1 = 105$.

Другой вариант решение осуществляется по формуле (5)
$P_7(1,2,4)=\frac{7!}{1!\cdot 2!\cdot 4!}=\frac{(4!)\cdot 5\cdot 6\cdot 7}{(4!)\cdot 1\cdot 2}=105$.

Задание6.Сколькими способами можно рассадить четырех студентов, участвующих в конференциина 25 местах, если известно, что один определенный студентдолжен сидеть на 10-ом месте?

Решение. Обозначим четырех студентов буквами*А, В, С, Д.* Пусть определенный студент*А* сядет на 10-ое место, тогда для оставшихся троих можно выбрать 3 места из 24 оставшихся мест, это можно сделать $C_{24}^3=\frac{24!}{3!\cdot(24-3)!}=\frac{(21!)\cdot 22\cdot 23\cdot 24}{3!\cdot 21!}=\frac{22\cdot 23\cdot 24}{1\cdot 2\cdot 3}=2024$ способами. Учитывая, что трое студентов на трех местах могут разместиться 3! различными способами, получим, что троих студентов на 24 местах можно рассадить $A_{24}^3=3!\cdot C_{24}^3=2024\cdot 6=12144$ различными способами.

Задание7. На конференции должны выступить 8 человек. Сколькими способами их можно разместить в списке ораторов так, чтобы между лицами*А*и *В* выступило не менее одного оратора?

Решение. Найдем сначала число способов размещения ораторов в списке так, чтобы сразу после оратора*А*выступал *В.* Считая ораторов *А и В* заодно лицо, получим 7! различных способов выступлений (число перестановок из 7 элементов). Тогда число всех возможных размещений ораторов в списке так, чтобы лица*А*и *В* выступали рядом, будет равно $2\cdot 7!$ способам (возможны два варианта выступлений: *АВ* и *ВА).*На собрании 8 ораторов могут выступить 8! различными способами. Тогда разместить ораторов так, чтобы между лицами*А*и *В* выступило не менее одного оратора, можно $8!-2\cdot 7!=7!(8-2)=7!\cdot 6=30240$различными способами.

Задание8. Десять команд участвуют в розыгрыше первенства по футболу, лучшие из которых занимают 1, 2 и 3 места.две команды, занявшие последние места, выбывают из соревнования. сколько различных вариантов результата первенства может быть, если учитывать только положение первых трех и последних двух команд?

Решение. Первые три места можно распределить $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{(7!)\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{(7!)} = 8\cdot 9\cdot 10 = 720$ способами. В результате останется 7 команд, из которых 2 команды выбывают (в этом случае порядок выбывших команд не важен), число всех возможных способов выбора этих команд находим по формуле (4) $C_7^2 = \frac{7!}{2!\cdot(7-2)!} = \frac{(5!)\cdot 6\cdot 7}{2!\cdot 5!} = \frac{6\cdot 7}{1\cdot 2} = 21$. Использую правило умножения, находим искомое число вариантов результата первенства $A_{10}^3 \cdot C_7^3 = 720\cdot 21 = 15120$.

Задание9. Автомобильные номера состоят из двух или трех букв и трех цифр. Найдите число таких номеров, если используется двадцать четыре буквы латинского алфавита и десять цифр.

Решение. По условию задачи автомобильные номера могут быть типа AB123 (пятиразрядный) или AAB122(шестиразрядный), буквы и цифры могут повторяться

Пятиразрядные номера можно составить $A_{24}^2(n)\cdot A_{10}^3(n) = 24^2\cdot 10^3$ способами, шестиразрядные - $A_{24}^3(n)\cdot A_{10}^3(n) = 24^3\cdot 10^3$ способами. Так как пятиразрядные и шестиразрядные номера не совместны, то по правилу суммы всего автомобильных номеров будет $A_{24}^2(n)\cdot A_{10}^3(n)+$ $A_{24}^3(n)\cdot A_{10}^3(n) = 24^2\cdot 10^3 + 24^3\cdot 10^3$.

Задание10. В цветочном магазине продаются цветы четырех сортов. Сколько можно составить различных букетов из пяти цветов в каждом? (Букеты, отличающиеся лишь расположением цветов, считаются одинаковыми.)

Решение. Поскольку порядок расположения цветов в букете не играет роли, то число букетов равно числу сочетаний с повторениями из четырех элементов по пять в каждом. Следовательно, применяя формулу (7) находим что, можно составить $C_4^5(n) == C_{4+5-1}^5 = C_8^5 = \frac{8!}{5!\cdot(8-5)!} = \frac{(5!)\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{5!\cdot 1\cdot 2\cdot 3} = 56$ различных букетов.

Задание 11. Лифт, в котором находятся восемь пассажиров, останавливается на шести этажах. Пассажиры выходят группами по одному, три и четыре человека. Сколькими способами это может произойти, если на каждом этаже может выйти только одна группа пассажиров, при этом порядок выхода пассажиров одной группы не имеет значения?

Решение. Восемь пассажиров разбить на три группы по 1, 3 и 4 человека можно $P_8(1,3,4)=\frac{8!}{1!\cdot 3!\cdot 4!}=\frac{(4!)\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{(4!)\cdot 1\cdot 2\cdot 3}=280$ способами. Выбрать три этажа для выхода из шести этажей можно $C_6^3=\frac{6!}{3!\cdot(6-3)!}=\frac{(3!)\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{3!\cdot 3!}=\frac{4\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3}=20$ способами. По правилу умножения находим общее количества способов $P_8(1,3,4)\cdot C_6^3=280\cdot 20=5600$.

Индивидуальные домашние задания

Вариант 1.

1. Сколькими способами можно составить список из 8 человек?
2. Сколько существует различных семизначных телефонных номеров?
3. В некотором государстве нет двух жителей с одинаковым набором зубов. Какова может наибольшая численность населения государства (наибольшее число зубов 32)?
4. Сколькими способами можно разделить 30 различных предметов на три группы так, чтобы в одной группе было 15 предметов, в другой - 10 предметов, в третьей - 5 предметов?
5. Сколько существует различных перестановок букв слова ДИФФЕРЕНЦИАЛ?
6. Из 8ромашек и 5хризантем нужно составить букет, содержащий 2 ромашки и 3 хризантемы. Сколько можно составить различных букетов?
7. В колоде 36 карт, из них 4 туза. Сколькими способами можно вытащить из колоды 6 карт так, чтобы среди них было 2 туза?
8. У мамы три яблока, три груши и три банана. Каждый день в течение трех дней она выдает сыну по три плода. Сколькими способами это может быть сделано?
9. Из 9 пловцов и 4 прыгунов в воду нужно составить команду из 7 человек, в которую должно входить хотя бы два прыгуна. Сколькими способами это можно сделать?

10. Сколько различных звукосочетаний можно взять на десяти выбранных клавишах рояля, если звукосочетание может содержать от трех до десяти звуков?

Вариант 2.

1. Сколько существует шестизначных чисел делящихся на 2?
2. Сколько существует таких перестановок семи учеников, при которых три определенных ученика находятся рядом сдруг другом?
3. Сколько делителей имеет число 105?
4. Сколькими способами можно переставить буквы слова НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ так, чтобы буквы «Н» не стояли рядом?
5. Пятеро малышей выбирают сладости. Сколькими способами можно выбрать сладости, если каждый малыш может выбрать один из шести видов?
6. Бригада рабочих состоит из 2-х плотников, 3-х штукатуров и 1-го столяра. Сколько различных бригад можно составить из коллектива, в котором 15 плотников, 10 штукатуров и 5 столяров?
7. Сколько существует различных исходов эксперимента, связанного с пятью бросаниями монет? (Исходы двух экспериментов считаются различными, если очередность выпадения гербов в этих экспериментах не совпадает с очередностью выпадения «решек».)
8. Сколькими способами можно разложить в четыре кармана пять монет разного достоинства?
9. Пятьшоколадок и три апельсина нужно разложить в два пакета так, чтобы в каждом пакете был хотя бы один апельсин, и чтобы количество предметов находящихся в пакете было одинаковым. Сколькими способами это можно сделать?
10. Пусть буквы некоторой азбуки образуются как последовательность точек, тире и пробелов. Сколько различных букв можно образовать, если использовать 5 символов?

Вариант 3.

1. Сколько различных трехзначных цифр можно составить из цифр 5, 6, 7, 8, 9 если цифры могут повторяться?
2. Сколько различных аккордов можно взять на десяти выбранных клавишах рояля, если каждый аккорд содержит от трех до десяти звуков?

3. Сколькими способами можно переставлять буквы слова НЕПРЕРЫВНОСТЬ?

4. Студенческий профком из 20 человек избирает председателя, секретаря и 3 членов комиссии. Сколько различных комиссий может быть составлено?

5. В магазине продаются шариковые ручки десяти видов. Сколькими способами можно купить набор из шести ручек, если в продаже ручек каждого вида имеется не менее шести?

6. Номера трамвайных маршрутов иногда обозначаются двумя цветными фонарями. Какое количество различных маршрутов можно обозначить, если использовать фонари восьми цветов?

7. У Маши 10 книг по литературе, а у Пети – 8 книг по истории. Сколькими способами Маша и Петя могут поменяться друг с другом по 6 книг?

8. Сколькими способами можно выбрать шесть одинаковых или разных пирожных в кондитерской, где имеется одиннадцать различных видов пирожных?

9. Расписание одного дня содержит 4 парыучебных занятий. Определить количество всевозможных расписаний при выборе при выборе из 9 дисциплин.

10. Скольким способами можно группу из 12 человек разбить на две подгруппы, в одной из которых должно быть не более пяти, а другой не более девяти человек?

Вариант 4.

1. Сколькими способами можно разместить семь зайцев по семи клеткам, если в одну клетку можно посадить только одного зайца?

2. Сколько всего пятизначных четных чисел можно составить из цифр 2, 3, 4, 5, 7, 8 если цифры в каждом из этих чисел не повторяется?

3. Замок открывается только в том случае, если набран определенный трехзначный номер из пяти цифр. Попытка состоит в том, что набирают наугад три цифры. Угадать номер удалось только на последней из всех возможных попыток. Сколько попыток предшествовало удачной?

4. Даны 10 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько прямых можно провести, соединяя точки попарно?

5. 18 книг – 5 книг различных авторов и трехтомник одного автора – помещены на книжную полку. Сколькими способами их можно расставить на полке так, чтобы книги автора трехтомника стояли рядом?

6. Сколько различных перестановок в слове СТЕРЕОМЕТРИЯ?
7. По автомобильной трассе имеются шесть светофоров. Сколько может быть дано различных комбинаций их сигналов, если каждый светофор имеет два состояния: красный и зеленый?
8. Сколькими способами можно выбрать двух ответственных из группы в пятнадцать человек?
9. Из коллектива, в котором работает 18 человек, 4 сотрудника должны уехать в командировку. Сколько может быть различных составов этой группы, если директор, его заместитель и главный бухгалтер одновременно уехать не могут?
10. Восемь студентов должны написать отчет, содержащий 16 пунктов. Сколькими способами возможно распределение материала между ними, если два человека должны написать по три пункта, четыре - по два и два - по одному пункту отчета?

Вариант 5.

1. Сколько существует различных телефонных номеров, если считать, что каждый номер содержит от пяти до семи цифр?
2. На столе лежит6 красных и 5 зеленых карандаша. Сколькими способами можно выбрать три карандаша?
3. Сколько различных перестановок в слове БЕСКОНЕЧНОСТЬ?
4. Имеется 4 вида альбомов, 5 видов красок и 6 различных. Сколькими способами может быть накрыт выбран набор, содержащий все три предмета, если каждый получит один альбом, один вид красок и одну кисточку?
5. В выпуклом семиугольнике проведены всевозможные диагонали, при этом никакие три из них не пересекаются в одной точке. Сколько точек пересечения указанных диагоналей?
6. Сколькими способами можно распределить 18 различных предметов между тремя лицами так, чтобы каждый получил шесть предметов?
7. В чемпионате по программированию участвуют 12 команд, чемпионат проводится в два круга (т.е. каждая команда дважды встречается с любой другой). Определить, какое количество встреч следует провести.
8. Из пяти химиков и трех математиков для участия в олимпиаде нужно составить команду из 5 человек, в которую должен входить хотя бы один химик. Сколькими способами можно это сделать?

9. Буквы азбуки Морзе состоят из символов (точек и тире). Сколько букв можно изобразить, если потребовать чтобы каждая буква содержала не более 4 символов?

10. Отборочная комиссия состоит из председателя, его заместителя и еще семи человек. Сколькими способами члены комиссии могут распределить между собой обязанности?

Вариант 6.

1. Пятеро юношей и три девушки выбирают спортивную секцию. В секции борьбы и бокса принимают только юношей, а в секцию художественной гимнастики – только девушек, а в лыжную и конькобежную секцию – и юношей и девушек. Сколькими способами могут распределиться между секциями эти восемь человек?

2. Сколько существует различных шестизначных телефонных номеров, если в каждом номере нет повторяющихся цифр?

3. Лифт останавливается на 9 этажах. Сколькими способами могут распределиться между этими остановками 5 пассажиров, находящихся в кабине лифта?

4. Сколько существует различных перестановок в слове КОМБИНАТОРИКА?

5. Автомобильные номера состоят из одной, двух или трех букв и четырех цифр. Найдите число таких номеров, если используется двадцать четыре буквы латинского алфавита и десять цифр.

6. В турнире участвуют 16 шахматистов. Определить количество различных расписаний первого тура (расписания считаются различными, если отличаются участниками хотя бы одной партии; цвет фигур и номер доски не учитывается).

7. Для премий на математической олимпиаде выделено три экземпляра одной книги, два экземпляра другой книги и один экземпляр третьей книги. Сколькими способами могут быть вручены премии, если в олимпиаде участвовало 20 человек и каждому из трех призеров вручается только одна книга?

8. Сколько существует семизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?

9. Садовник в течение трех дней должен посадить 10 деревьев. Сколькими способами он может распределить данную работу, если он будет сажать не менее двух деревьев в день?

10. Из пяти юношей и четырех девушек надо выбрать 5 человек так, чтобы среди них было не менее двух девушек. Сколькими способами можно это сделать?

Вариант 7.

1. Сколько трехзначных чисел, делящихся на 5, можно составить из цифр 1,2,3,5,7, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр?
2. Сколькими способами можно рассадить на скамейке 8 человек?
3. Найти число наборов из восьми открыток, если в продаже имеются открытки десяти видов.
4. Участники шахматного турнира играют в зале, где имеются шесть столиков. Сколькими способами можно расположить шахматистов, если известны участники всех партий?
5. Сколькими способами покупатель может выбрать телевизор, холодильник и стиральную машину, если в магазине семь видов телевизоров и по шесть видов холодильников и стиральных машин?
6. Сколькими способами можно переставить буквы в слове ИНТЕГРИРОВАНИЕ?
7. Поезд метро делает 15 остановок, на которых выходят все пассажиры. Сколькими способами могут распределиться между этими остановками 50 пассажиров, вошедших в поезд ?
8. Из 10 юношей и 6 девушками составляют 4 смешанные пары. Сколькими способами это можно сделать?
9. На книжной полке помещается 8 томов. Сколькими способами их можно расставить, чтобы при этом 1-й и 3-й тома не стояли рядом?
10. Из группы в 15 человек должны быть выделены бригадир и 4 члена бригады. Сколькими способами это можно сделать?

Вариант 8.

1. В подразделении 20 солдат и 5 офицеров. Сколькими способами можно выделить патруль, состоящий из трех солдат и двух офицеров?
2. Сколько диагоналей имеет выпуклый пятиугольник?
3. Сколько различных светящихся колец можно сделать, расположив по окружности 10 светящихся лампочек (кольца считаются одинаковыми при одинаковом порядке следования цветов)?

4. Восемь команд участвуют в розыгрыше первенства по волейболу, лучшие из которых занимают 1-ое, 2-ое, 3-ее места. Три команды, занявшие последние места выбывают из соревнования. Сколько разных вариантов результата первенства может быть, если учитывать только положение первых трех и последних трех команд?
5. Сколько различных перестановок можно получить из букв слова ПРОГРАММА?
6. Восемь студентов сдают экзамен по теории вероятностей. Сколькими способами им могут быть поставлены оценки, если известно, что они могут получить только «хорошо» или «отлично»?
7. Двадцать восемь костей домино распределены между четырьмя игроками. Сколько возможно различных распределений?
8. Общество состоит из семи мужчин и тридцати пяти женщин. Сколькими способами их можно сгруппировать в семь групп по шесть человек так, чтобы в каждой группе был мужчина?
9. Из цифр 1,2,3,4,5,6,7,8,9 составляются всевозможные пятизначные числа, не содержащие одинаковых цифр. Определить количество чисел, в которых есть цифры 2,4,5 одновременно.
10. Пять учеников следует распределить по трем параллельным классам. Сколькими способами это можно сделать?

Вариант 9.

1. Сколько трехзначных чисел, делящихся на 2, можно составить 0,1,2,3,4,5, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр?
2. 12 человек играют в городки. Сколькими способами они могут выбрать команду из 4 человек на соревнование?
3. Сколькими способами можно разделить группу из 15 человек на две подгруппы так, чтобы в одной было четыре человека, а в другой 11?
4. Сколькими способами из семи видов открыток, имеющихся в автомате, можно составить набор из четырех различных открыток?
5. В шахматном турнире участвуют 8 шахматистов третьего разряда, 6 – второго и 2 перворазрядника. Определить количество таких составов первого тура, чтобы шахматисты одной категории встречались между собой (цвет фигур не учитывается).
6. Сколько ожерелий из не менее трех бусинок можно составить из семи бусинок разных размеров?

7. Из вазы, где стоят 10 красных и 4 розовых гвоздики, выбирают один красный и два розовых цветка. Сколькими способами это можно сделать?

8. Сколько различных перестановок можно получить из букв слова АЛГОРИТМИЗАЦИЯ?

9. Два курьера должны разнести 10 посылок по десяти адресам. Сколькими способами они могут распределить работу?

10. В ящике находится 15 деталей. Сколькими способами можно взять 4 детали?

Вариант 10.

1. Сколькими способами можно составить список из семи человек?
2. Сколькими способами можно из 13 студентов группы выбрать старосту, его заместителя и три человека в редколлегию?
3. Четыре стрелка должны поразить восемь мишеней (каждый по две). Сколькими способами они могут распределить мишени между собой?
4. Сколько существует различных перестановок слова ДИСКРЕТНОСТЬ?
5. Из группы в 12 человек ежедневно в течение 6 дней выбирают двух дежурных. Определить количество различных списков дежурных, если каждый человек дежурит один раз.
6. Сколькими способами можно покрасить четыре комнаты, если имеется пять цветов краски и одну комнату красят в один цвет?
7. Сколько существует четырехзначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?
8. В розыгрыше первенства страны по футболу участвует двенадцать команд. Команды, которые займут первое, второе и третье места, награждаются соответственно золотой, серебряной и бронзовой медалями, а команды, которые займут последние пять мест, покинут высшую лигу. Сколько различных результатов первенства может быть?
9. Из трех математиков и десяти физиков надо составить комиссию в составе 8 человек. Сколькими способами можно это сделать, если в ней должен быть хотя бы один математик?
10. Из восьми различных цветов надо составить букет так, чтобы в него входило не менее трех цветов. Сколькими способами можно это сделать?

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Технический институт (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова» в г. Нерюнгри

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

1.

Тестовый материал

по теме «Множества и операции над ними»

1. Операция объединения множеств определяется как

а) $\{x | x \in A \text{ или } x \in B\}$ б) $\{x | x \in A \text{ и } x \in B\}$

в) $\{x | x \notin A \text{ и } x \in B\}$ г) $\{x | x \in A \text{ и } x \notin B\}$

2. Заданы произвольные множества*A*, *B* и *C*. Расположите указанные справа множества так, чтобы каждое из них было подмножеством следующего за ним.
   a. а)*A* ∩ *B* ∩ *C* б)*A*
   b. в)*A* ∩ *C* г) A∪C
3. Даны множества M={ a, b, c, d} и N={b, c, d, e, f, g}. Установите соответствия между обозначениями множеств и самими множествами.

1. M $\cap$ N 2. M $\cup$ N

3. M\N 4. N\M

а){a} б) {a, b, c, d, e, f, g}

в) {b, c, d} с) {e, f, g}

4. Как обозначают декартово произведение двух множеств A и B?
   a. а) $A \cup B$ б) $A \times B$ в) $A \setminus B$ г) $A \cap B$
5. Сколько двузначных чисел можно записать, используя цифры 0, 2, 3, 8? (Построитьдеревовсевозможныхвариантов)
   i. а) 12 б) 5 в) 6 г) 9
6. Чему равно число элементов в объединении двух непересекающихся множеств A и B, если n(A) – число элементов в множестве A, n(B) – число элементов в множестве B
   a. а)$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ б)$n(A \cup B) = n(A) + n(B) + n(A \cap B)$
   b. в)$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ г)$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A / B)$
7. Дано множество A = {1,2,5,4,6,3,7}. Какое из данных множеств не равно множеству A?
   a. а) A={1,2,3,4,5,6,7} б) A={x | 1≤x≤7 , x∈R}
   b. в) A={x | 1≤x≤7 , x∈N} г) A={x | 1≤x≤7 , x∈Z}
8. Разностью данных множеств A={2,3,5,6,8,17,24} и B = {3,4,5,7,8,10,12}является множество
   a. а) {2, 6, 17, 24} б) {4, 7, 10, 12}
   b. в) {3, 6, 17, 24} г) {2 3, 5, 6, 8, 17, 24}
9. Какая из записей будет верной …

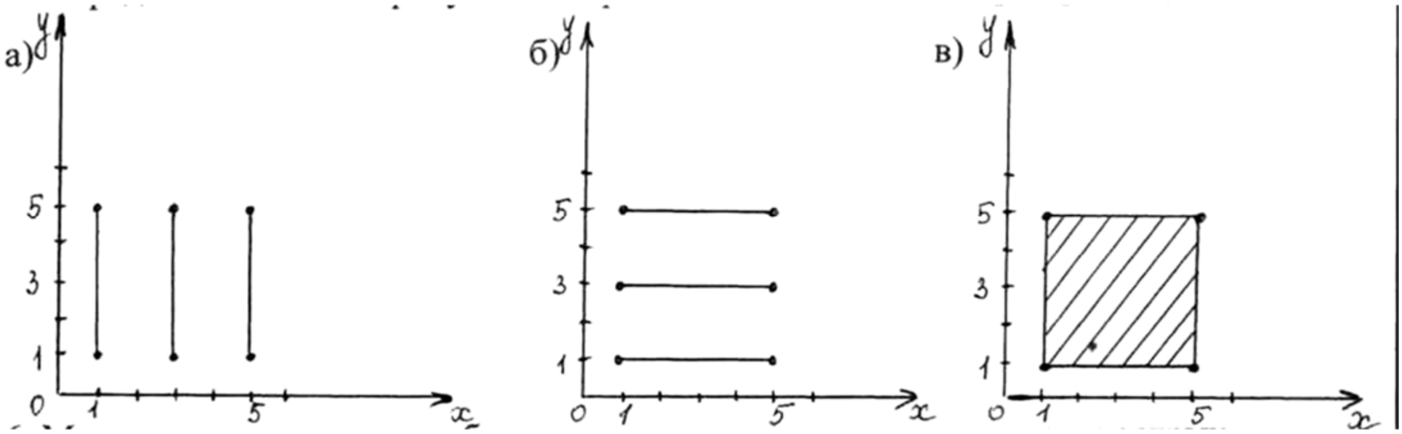
а)*{3,7,9,11}={1,7,9,3}*

б)*{3,7,9}* $\subset$ *{1,3,5,9}*

в){3,7} $\in$ *{1,3,5,7}*

г)$\{3,7\} \subset \{1,3,7,9\}$

10. Определите на каком рисунке изображено A X B, если A = [1, 5], B = {1, 3, 5}



11. Операцияпересечениямножествопределяетсякак

а) $\{x | x \in A \text{ или } x \in B\}$ б) $\{x | x \in A \text{ и } x \in B\}$

в) $\{x | x \notin A \text{ и } x \in B\}$ г) $\{x | x \in A \text{ и } x \notin B\}$

12. Множество не содержащее не одного элемента называется

а) свободным б) не занятым

в) пустым г)не заполненным

13. В понедельник в первом классе должно быть три урока: математика, чтение и физкультура. Сколько различных вариантов расписания можно составить на этот день? (Построить дерево всевозможных вариантов)

а) 8 б) 3 в) 6 г) 9

14. Заданы произвольные множества*A*, *B* и *C*. Расположите указанные справа множества так, чтобы каждое из них было подмножеством следующего за ним.

а)$A \cap B \cap C$ б)C

в)$A \cap C$ г) A∪C

15. Какое из данных множеств является объединением множеств A={к,н,з,у,с,т} и B ={е,т,н,ж,л,с}.

а) { е, к, ж, з, л, у } б) {е, к, з, л, у, н, т}

в) {с, н, т} г) {е, к, с, ж, з, л, у, н, т}

16. Даны множества M={ 1, b, 2, d} и N={b, c, d, e, f, g}. Установите соответствия между обозначениями множеств и самими множествами.

1. $M \cap N$ 2. $M \cup N$
3. M\N 4. N\M

а){b, d} б) {1, b, 2, d, e, f, g}

в) {1,2} с) {e, f, g,c}

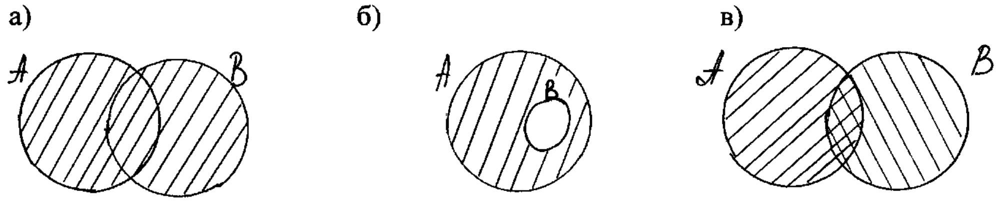
17. Совпадают ли множества A={7,2,4} и B={4 , 7, 2}

а) да б) нет

18. Если А - множество натуральных чисел, меньших 10, а B={8,9,10,11,22}, то количество элементов множества $A \cup B$ равно

а)13 б) 10 в) 12 с) 4

19. На каком рисунке изображено пересечение множеств А и В ($A \cap B$)?



19. Верно ли, что $A \times B = B \times A$

а) да б) нет

20. Операцияразностимножествопределяетсякак

а) $\{x | x \in A \text{ или } x \in B\}$ б) $\{x | x \in A \text{ и } x \in B\}$

в) $\{x | x \notin A \text{ и } x \in B\}$ г) $\{x | x \in A \text{ и } x \notin B\}$

21. Заданы произвольные множества*A*, *B* и *C*. Расположите указанные справа множества так, чтобы каждое из них было подмножеством следующего за ним.

а)$A \cup B \cup C$ б)A
в)$A \cap C$ г) $A \cup C$

22. Для обозначения пустого множества используется символ

а) $\otimes$ б)∅ в)0 г){}

23. Даны множества M={ a, b, c, d} и N={a, c, d, e, f, g}. Установите соответствия между обозначениями множеств и самими множествами.

1. M $\cap$ N 2. M $\cup$ N

3. M\N 4. N\M

а){ a, b, c, d, e, f, g } б) {a, c,d}

в) {b} с) {e, f, g}

24. Выписать, если это возможно элементы множества, заданного характеристическим свойством: C = $\{t : -4 \le t \le 2\frac{2}{5}, t \in \mathbf{R}\}$

а) {-3,-2,-1,0,1, 2} б) {-4,-3,-2,-1,0,1, 2}

в) данное множество бесконечно г) {1,2}

25. При помощи чего нельзя наглядно изобразить декартово произведение на множестве?

а) графика на координатной плоскости б) кругов Эйлера-Венна

в) таблицы г) графа

26. На факультете учатся студенты, имеющие домашний персональный компьютер и студенты, не имеющие домашнего персонального компьютера. Пусть А - множество всех студентов факультета; В - множество студентов факультета, имеющих домашний персональный компьютер. Тогда разностью А\В этих множеств будет

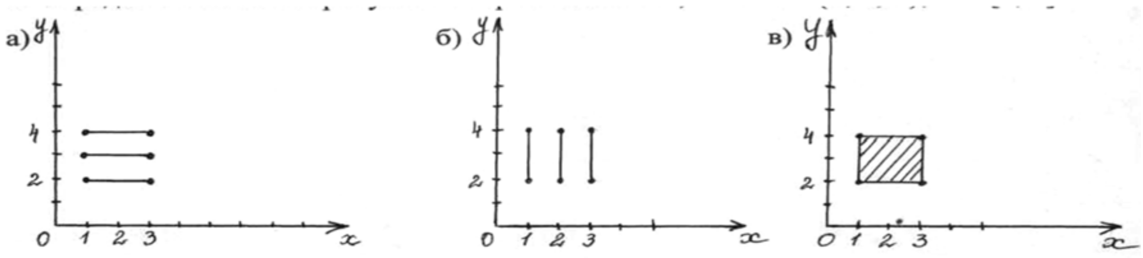
а)*множество студентов факультета, не имеющих домашнего персонального компьютера*

б)множество всех студентов факультета

в)множество студентов факультета, имеющих домашний персональный компьютер

с)пустое множество

27. Определите на каком рисунке изображено A X B, если A = {1, 2, 3}, B = [2, 4]



28. Как обозначают объединение двух множеств А и В?

а) $A \subseteq B$ б) $A \cap B$ в) $A \cup B$ г) $A \setminus B$

29. Заданы произвольные множества*A*, *B* и *C*. Расположите указанные справа множества так, чтобы каждое из них было подмножеством следующего за ним.

а)*A* ∩ *B* ∩ *C* б)*A*
в)*A* ∩ *C* г) A∪ B ∪C

30. Выписать элементы множества, заданного характеристическим свойством: C = {t : -6 $\leq$t$\leq$ $4\frac{2}{5}$, t$\in$**N**}

а) {-5,-4,-3,-2,-1,0,1, 2,3,4} б) {-6,-4,-3,-2,-1,0,1, 2,3,4}
в) {0,1,2,3,4} г) {1, 2,3,4}

31. Заданы множества A={7,2,4,8} и B={7, 4 , 2}. Вернымдлянихбудетутверждение
а) «Множества*A* и *B* не содержат одинаковых элементов»
б) «Множество*B* есть подмножество множества *A*»
в) «Множество*A* есть подмножество множества *B*»
г) «Множества*A* и *B* равны»

32. Чему равно число элементов в декартовом произведении двух множеств А и В, если множество А содержит a элементов и множество В содержит b элементов
а) $n(A \times B) = a + b$ б) $n(A \times B) = a \cdot b$
в) $n(A \times B) = 2(a \cdot b)$ г) $n(A \times B) = \frac{a \cdot b}{2}$

33. Заданы произвольные множества*A*, *B* и *C*. Расположите указанные справа множества так, чтобы каждое из них было подмножеством следующего за ним.

а)*A* ∩ *B* ∩ *C* б)*C*
в)*B* ∩ *C* г) A∪C

34. Колхоз приобрел 8 машин для уборки урожая и 10 машин для посевной. Из них 7 машин использовалось как для уборки урожая, так и для посевной. Сколькомашинприобрелколхоз?

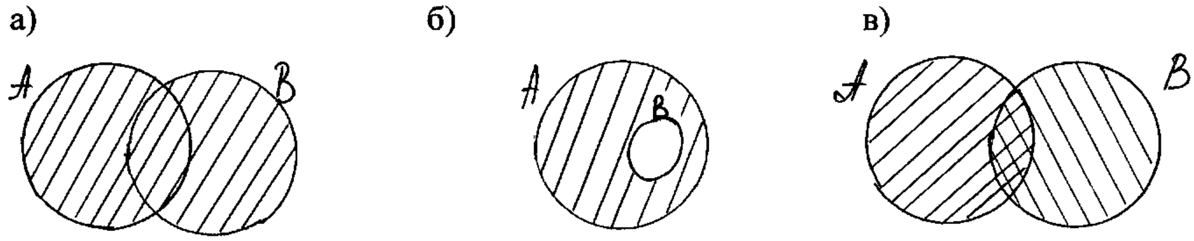
   а) 12　　　б) 10　　　г) 11　　　) 18

35. Даны множества M={ 1, 2, 3, 5} и N={5, 4, 3, 2, 1, 0}. Установите соответствия между обозначениями множеств и самими множествами.

   1. $M \cap N$　　　2. $M \cup N$
   3. M\N　　　4. N\M
   а){Ø}　　　б) {1,2,3,5}
   в) {0,4}　　　с) {0,1,2,3,4,5}

36. На каком рисунке изображена разность множеств А и В

.



37. Множество всех углов разбили на подмножества прямых, тупых и острых. Произошло ли разбиение множества углов на классы?

а) да　　　б) нет

38. При помощи чего нельзя наглядно изобразить отношение на множестве?

   а) графика на координатной плоскости　　　б) кругов Эйлера-Венна

   в) таблицы　　　г) графа

39. А – множество параллелограммов. Какое множество не является подмножеством множества А?

   а) множество квадратов;　　　б) множество прямоугольников
   в) множество трапеций;　　　г) множество ромбов

40. Туристическая фирма планирует посещение туристами в Италии трех городов: Венеция, Рим и Флоренция. Сколькосуществуетвариантовтакогомаршрута? (Построитьдеревовсевозможныхвариантов)

41. Чему равно число элементов в объединении двух пересекающихся множеств А и В, если n(A) – число элементов в множестве А, n(B) – число элементов в множестве В

а) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$　　　б) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) + n(A \cap B)$

в) $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ г) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A / B)$

42. Известно, что D - множество деревьев в саду, F- множество фруктовых деревьев в этом саду, K - множество яблонь в этом саду. Установите, каковыотношениямеждуэтимимножествами, еслионинепустые
   а) $D \subset K \subset F$ б) $F \subset K \subset D$ в) $K \subset D \subset F$ г) $K \subset F \subset D$

43. Заданы множестваA={2,6,-6} и B={4,-4}, тогда декартовым произведением этих множеств является множество

а) {(2, 4), (2, -4), (6, 4), (6, -4), (-6, 4), (-6, -4)}

б) {-6, -4, 2, 4, 6}

в) { $\varnothing$ }

с) {(4, 6), (6, 4), (6, -4), (-6, -4), (4, -6), (-4, 2)}

44. Заданы произвольные множества*A*, *B* и *C*. Расположите указанные справа множества так, чтобы каждое из них было подмножеством следующего за ним.
   а)$A \cup B \cup C$ б)C

   в)$A \cap C$ г) $A \cap B \cap C$

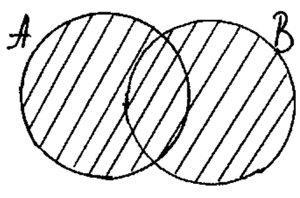
45. Даны множества M={ 8, 2, 3, 5} и N={5, 4, 3, 2, 1, 0}. Установите соответствия между обозначениями множеств и самими множествами.
   1. M∪N 2. M∩N
   3. N\M 4. M\N

а){∅} б) {0,8,2,3,4,5}

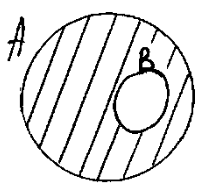
в) {0,4} с) {8,2,3,5}

46. На каком рисунке изображено объединение множеств A и B ($A \cup B$)?

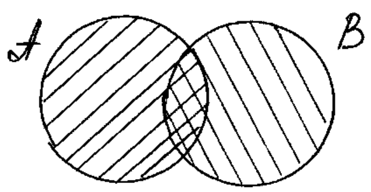
а)



б)



в)



47. Множество треугольников разбили на подмножества разносторонних треугольников, равнобедренных треугольников и равносторонних треугольников. Произошло ли разбиение множества треугольников на классы?

а) да б) нет

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Технический институт (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова» в г. Нерюнгри

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Тестовый материал по теме «Графы»

1. **В алгоритме Дейкстры текущая числовая метка определяется**

сложением двух предыдущих; вычитанием двух предыдущих;

сложением с постоянной меткой и сравнением с предыдущей.

по минимуму из двух предыдущих;

2. **Определение постоянно помеченной вершины включает:**

вычисление текущих меток для всех вершин и нахождение минимума среди них;

вычисление текущих меток для всех вершин и нахождение максимума среди них;

вычисление текущих меток для всех вершин и нахождение их среднего арифметического.

3. **Деревомназывается:**

Граф, содержащий по крайней мере один цикл.

Граф, заданный матрицей инцидентности.

Связный граф, не содержащий циклов.

4. **Лесомназывается:**

Множество деревьев

Граф, образованный при соединении ребрами некоторого числа деревьев.

Граф, образованный из дерева путем соединения корня ребрами со всеми концевыми вершинами.

5. **Если две вершины соединены одной дугой, они называются**

инцидентными соседними

смежными

6. **Граф содержит 5 вершин и 6 ребер. Матрица смежности будет размером**

5x5 5x6

6x6 6x5

7. **Если любые две вершины графа можно соединить простой цепью, то граф называется:**

связным деревом

остовом мультиграфом

8. АлгоритмБеллмана-Фордапозволяетнайти

кратчайшее расстояние в графе

паросочетание в графе

минимальный остов графа

9. **АлгоритмДейкстрыопределяет**:

- [ ] кратчайший остов графа;
- [x] построение дерева кратчайших путей;
- [ ] построение минимального остовного дерева;

10. **АлгоритмКраскалаосуществляет**:

- [ ] построение дерева кратчайших путей;
- [ ] построение дерева минимального веса;
- [x] построение кратчайшего остова.

11. **Вершину, не принадлежащую ни одному ребру называют**

- [x] изолированной
- [ ] отдельной
- [ ] концевой

12. **Вершину, степениодинназывают**

- [ ] висячей
- [ ] отдельной

13. **Графможнозадать**

- [x] перечислив его элементы
- [x] матрицей смежности
- [x] изображением
- [ ] матрицей достижимости
- [ ] кругами Эйлера

14. **Графназываетсядвудольным, если**

- [x] множество его вершин M можно разбить на два непересекающихся множества M_1 и M_2 так, что для любых двух вершин m_1, m_2 если , то в графе нет ребра, соединяющего m_1 и m_2.
- [ ] после удаления одного ребра он распадется на два графа
- [ ] он состоит из двух непересекающихся циклов

15. **Графназываетсяполнымесли**:

- [x] все его вершины соединены между собой;
- [ ] множество вершин можно разбить на два непересекающихся множества M_1 и M_2так, что для любых двух вершин m_1, m_2 если , то в графе нет ребра, соединяющего m_1 и m_2.;
- [ ] любые две его вершины соединены ребром

16. **Граф содержит 6 вершин и 8 ребер. Матрицаинцидентностибудетразмером**

- [x] 8x8
- [ ] 6x8
- [ ] 8x6
- [ ] 6x6

17. **Если любые две вершины графа можно соединить простой цепью, то граф называется:**

- [x] связным
- [ ] деревом
- [ ] остовом
- [ ] мультиграфом

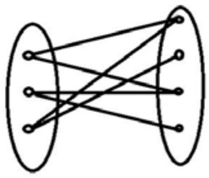
18. **Какой алгоритм осуществляет построение минимального остовного дерева** :

- Краскала;
- Дейкстры;
- Беллмана -Форда;

19. **Листомдереваназывается**

- Концевая вершина.
- Изолированная вершина.
- корень дерева

20. Нарисункеизображен



- полный граф
- двудольный граф
- Полный граф

21. Планарным называетсяграф, который

- изображен в плоскости, так, что его ребра не пересекаются
- изображен в плоскости, так, что его ребра пересекаются
- изображен как двудольный граф

22. **Простаяцепьэто:**

- маршрут, где нет повторяющихся вершин;
- маршрут, где нет повторяющихся ребер;
- маршрут, где нет повторяющихся вершин и ребер.

23. Путь, который включает каждое ребро графа G – только один раз называется

- эйлеровым путем.
- эйлеровым циклом.
- гамильтовым путем.
- гамильтовым циклом

24. **Расстояниемеждувершинамиесть**

- сумма длин ребер, входящих в путь;
- длина кратчайшего пути.

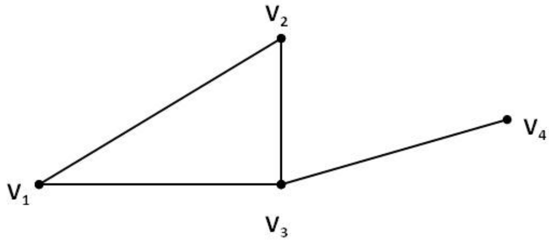
25. **Ребра называются смежными, если они:**

- инцидентны одной и той же вершине
- параллельны
- кратны

26. **Степеньювершины называется**:

- количество ребер, входящих в вершину;
- количество ребер, инцидентных этой вершине;
- количество ребер, исходящих из вершины;

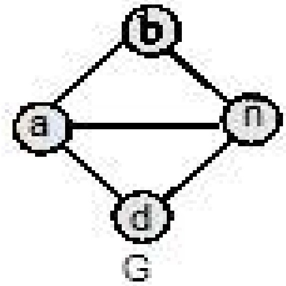
27. Введите первую строку матрицы смежности графа без знаков препинания и

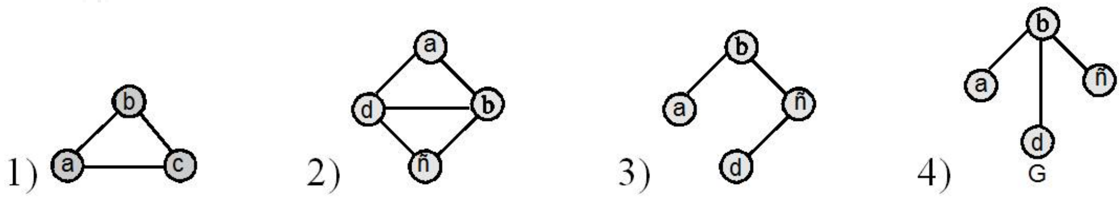


пробелов

Ответ 0110

28. Какие из графов являются подграфами данного графа G.

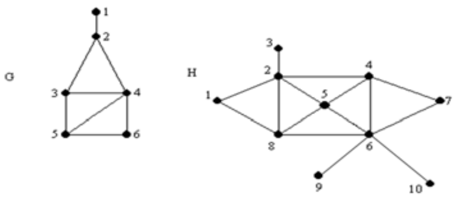




ответ введите в порядке возрастания номеров без знаков препинания и пробелов

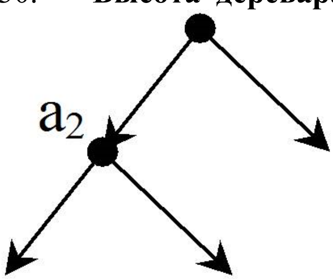
Ответ 34

29. **Сколько вершин в объединении графов G и F**



Ответ 10

30. **Высота дереваравна**



Ответ 2

31. На рисунке приведена весовая матрица графа, в которой веса обозначают расстояния между соседними пунктами. Определитедлинумаршрута E-D-C-A

	A	B	C	D	E
A		5	2		6
B	5			5	
C	2			2	
D		5	2		3
E	6			3	

Ответ 7

32. **Ребро, которое соединяет вершину саму с собой, называется**

Ответ петля

33. **В алгоритме Дейкстры текущие числовые метки отрицательны**

( ) Верно (•) Неверно

34. **В любом графе число вершин нечётной степени чётно.**

( ) Верно (•) Неверно

35. **Вершиныстепениодинназываютсябратьями**

( ) Верно (•) Неверно

36. **Вес остовного дерева взвешенного графа G равен сумме весов, приписанных ребрам остовного дерева.**

(•) Верно ( ) Неверно

37. **Граф называется мультиграфом, если в нем отсутствуют петли и параллельные ребра**

( ) Верно (•) Неверно

38. **Если степень входа вершины равна нулю, то вершина называется источником**

(•) Верно ( ) Неверно

39. **Изолированная вершина — вершина, степень которой равна нулю, т.е. deg(v)=0.**

(•) Верно ( ) Неверно

40. **Максимальный среди эксцентриситетов вершин называется диаметром графа.**

(•) Верно ( ) Неверно

41. **Матрица смежностей вершин неориентированного графа A(G) является квадратной и симметричной относительно главной диагонали.**

(•) Верно ( ) Неверно

42. **Неограф называется связным, если любые две вершины графа можно соединить цепью.**

(•) Верно ( ) Неверно

43. **Эксцентриситетом вершины v называется величина равная наименьшему из чисел, стоящих в i-той строке.**

( ) Верно (•) Неверно

44. **Элементами матрицы A(G) являются числа единица и ноль.**

(•) Верно ( ) Неверно

45. **В алгоритме Дейкстры текущая числовая метка определяется**

сложением двух предыдущих;

вычитанием двух предыдущих;

сложением с постоянной меткой и сравнением с предыдущей.

по минимуму из двух предыдущих;

46. **Определение постоянно помеченной вершины включает:**

вычисление текущих меток для всех вершин и нахождение минимума среди них;

вычисление текущих меток для всех вершин и нахождение максимума среди них;

вычисление текущих меток для всех вершин и нахождение их среднего арифметического.

47. **Деревомназывается:**

Граф, содержащий по крайней мере один цикл.

Граф, заданный матрицей инцидентности.

Связный граф, не содержащий циклов.

48. **Лесомназывается:**

Множество деревьев

Граф, образованный при соединении ребрами некоторого числа деревьев.

Граф, образованный из дерева путем соединения корня ребрами со всеми концевыми вершинами.

49. **Если две вершины соединены одной дугой, они называются**

инцидентными

соседними

смежными

50. **Граф содержит 5 вершин и 6 ребер. Матрица смежности будет размером**

5x5

5x6

6x6

6x5

51. **Если любые две вершины графа можно соединить простой цепью, то граф называется:**

связным

деревом

остовом

мультиграфом

52. АлгоритмБеллмана-Фордапозволяетнайти

кратчайшее расстояние в графе

паросочетание в графе

минимальный остов графа

53. **АлгоритмДейкстрыопределяет**:

кратчайший остов графа;

построение дерева кратчайших путей;

построение минимального остовного дерева;

54. **АлгоритмКраскалаосуществляет**:

построение дерева кратчайших путей;

построение дерева минимального веса;

построение кратчайшего остова.

55. **Вершину, не принадлежащую ни одному ребру называют**

изолированной

отдельной

концевой

56. **Вершину, степениодинназывают**

висячей

отдельной

57. Графможнозадать

перечислив его элементы

матрицей смежности

изображением

матрицей достижимости

кругами Эйлера

58. **Графназываетсядвудольным, если**

множество его вершин М можно разбить на два непересекающихся множества M_1 и M_2 так, что для любых двух вершин m_1, m_2 если , то в графе нет ребра, соединяющего m_1 и m_2.

после удаления одного ребра он распадется на два графа

он состоит из двух непересекающихся циклов

59. **Графназываетсяполнымесли**:

все его вершины соединены между собой;

множество вершин можно разбить на два непересекающихся множества M_1 и M_2так, что для любых двух вершин m_1, m_2 если , то в графе нет ребра, соединяющего m_1 и m_2.;

любые две его вершины соединены ребром

60. **Граф содержит 6 вершин и 8 ребер. Матрицаинцидентностибудетразмером**

8x8

6x8

8x6

6x6

61. **Если любые две вершины графа можно соединить простой цепью, то граф называется:**

связным

деревом

остовом

мультиграфом

62. **Какой алгоритм осуществляет построение минимального остовного дерева** :

Краскала;

Дейкстры;

Беллмана -Форда;

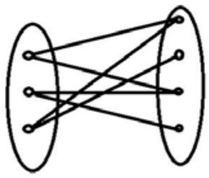
63. **Листомдереваназывается**

Концевая вершина.

Изолированная вершина.

корень дерева

64. Нарисункеизображен



( ) полный граф (•) двудольный граф

( ) Полный граф

65. Планарным называетсяграф, который

( ) изображен в плоскости, так, что его ребра не пересекаются

( ) изображен в плоскости, так, что его ребра пересекаются

( ) изображен как двудольный граф

66. **Простаяцепьэто:**

(•) маршрут, где нет повторяющихся вершин;

( ) маршрут, где нет повторяющихся ребер;

( ) маршрут, где нет повторяющихся вершин и ребер.

67. Путь, который включает каждое ребро графа G – только один раз называется

(•) эйлеровым путем. ( ) эйлеровым циклом.

( ) гамильтовым путем. ( ) гамильтовым циклом

68. **Расстояниемеждувершинамиесть**

( ) сумма длин ребер, входящих в путь;

(•) длина кратчайшего пути.

69. **Ребра называются смежными, если они:**

( ) инцидентны одной и той же вершине

( ) параллельны

( ) кратны

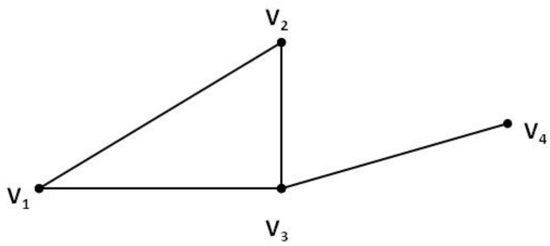
70. **Степеньювершины называется**:

( ) количество ребер, входящих в вершину;

(•) количество ребер, инцидентных этой вершине;

( ) количество ребер, исходящих из вершины;

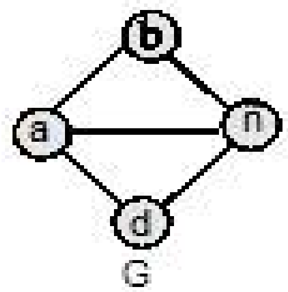
71. Введите первую строку матрицы смежности графа без знаков препинания и

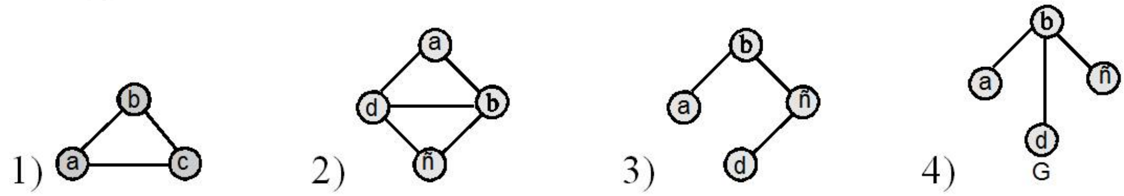


пробелов

Ответ 0110

72. Какие из графов являются подграфами данного графа G.

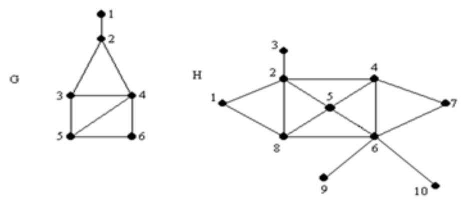




ответ введите в порядке возрастания номеров без знаков препинания и пробелов

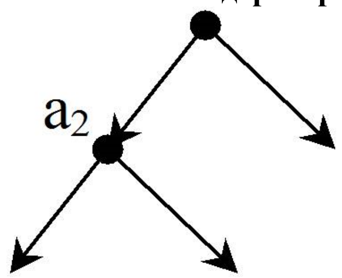
Ответ 34

73. **Сколько вершин в объединении графов G и F**



Ответ 10

74. **Высота дереваравна**



Ответ 2

75. На рисунке приведена весовая матрица графа, в которой веса обозначают расстояния между соседними пунктами. Определитедлинумаршрута E-D-C-A

	A	B	C	D	E
A		5	2		6
B	5			5	
C	2			2	
D		5	2		3
E	6			3	

Ответ 7

76. Ребро, которое соединяет вершину саму с собой, называется

Ответ петля

77. **В алгоритме Дейкстры текущие числовые метки отрицательны**

Верно Неверно

78. В любом графе число вершин нечётной степени чётно.

Верно Неверно

79. Вершиныстепениодинназываютсябратьями

Верно Неверно

80. Вес остовного дерева взвешенного графа G равен сумме весов, приписанных ребрам остовного дерева.

Верно Неверно

81. Граф называется мультиграфом, если в нем отсутствуют петли и параллельные ребра

Верно Неверно

82. Если степень входа вершины равна нулю, то вершина называется источником

Верно Неверно

83. Изолированная вершина — вершина, степень которой равна нулю, т.е. deg(v)=0.

Верно Неверно

84. Максимальный среди эксцентриситетов вершин называется диаметром графа.

Верно Неверно

85. Матрица смежностей вершин неориентированного графа A(G) является квадратной и симметричной относительно главной диагонали.

Верно Неверно

86. Неограф называется связным, если любые две вершины графа можно соединить цепью.

Верно Неверно

87. Эксцентриситетом вершины v называется величина равная наименьшему из чисел, стоящих в i-той строке.

Верно Неверно

88. Элементами матрицы A(G) являются числа единица и ноль.

Верно Неверно

Министерство образования и науки Российской Федерации
Технический институт (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова» в г. Нерюнгри

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Тестовый материал по теме «Основные элементы комбинаторики»

1. Для всех комбинаторных задач характерно следующее условие:

а) в комбинаторных задачах используется выбор вариантов;
б) в комбинаторных задачах всегда используется понятие бесконечности;

в) в комбинаторных задачах иногда идет речь о конечных множествах;

г)) комбинаторные задачи приводят к решению уравнений.

2. Перестановки – комбинации, составленные из одних и тех же n различных элементов и отличающиеся:

а) и составом элементов, и их порядком;

б) хотя бы одним элементом;

в) только одним элементом;

г) только порядком расположения элементов.

3. Размещения – комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов в каждой, которые отличаются:

а) либо порядком элементов, либо их составом;

б) и составом элементов, и их порядком;

в) только порядком расположения элементов;

г) только составом элементов.

4. Сочетания – комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов в каждом, отличающиеся:

а) только одним элементом;

б) порядком их расположения;

в) двумя элементами;

г) хотя бы одним элементом.

5. Число сочетаний без повторений находится по формуле:

а) $C_n^m = \dfrac{(n-m)!}{m!}$;

б) $C_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!m!}$;

в) $C_n^m = n(n-m)...(n-m+1)$;

г) $C_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$.

6. Число перестановок из n различных элементов имеет следующую формулу для вычисления:

а) $P_n^k = (n-k)!$;

б) $P_n = n!$;

в) $P_n^m = \dfrac{(m-1)!}{(n+m)!}$;

г) $P_n^k = (n+k)!$.

7. Формула числа размещений имеет вид:

а) $A_n^m = n(n+1)...(n+m-1)(n+m)$;

б) $A_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$;

в) $A_n^m = \dfrac{(n-m)!}{m!}$;

г) $A_n^m = \dfrac{n!}{m!}$.

8. Имеет место следующее правило подсчета различных размещений из n элементов по m элементов с повторением:

а) $A_n^m(n) = m^n$;

б) $A_n^m(n) = \dfrac{n}{m}$;

в) $A_n^m(n) = n^m$;

г) $A_n^m(n) = n \cdot m$.

9. Число сочетаний из n элементов по m с повторением, находится по формуле:

а) $C_n^m(n) = \dfrac{(n+m-1)!}{(n-1)!m!}$;

б) $C_n^m(n) = \dfrac{(n+m-1)!}{(m-1)!n!}$;

в); $C_n^m(n) = \dfrac{(n-1)!}{(n-m)!n!}$

г) $C_n^m(n) = \dfrac{n!}{(n-m)!\,m!}$.

10. Число всевозможных перестановок из n элементов с заданным числом повторений, имеет формулу для вычисления:

а) $P_n(n_1, n_2, ..., n_k) = (n-k)!$;

б) $P_n(n_1, n_2, ..., n_k) = \dfrac{n!}{n_1!n_2!...n_k!}$;

в) $P_n(n_1, n_2, ..., n_k) = \dfrac{n!}{n_1!+n_2!+...+n_k!}$;

г) $P_n(n_1, n_2, ..., n_k) = (n+k)!$.

11. Формула связи между числом перестановок, размещений и сочетаний:

а) $A_n^m = C_n^m \cdot P_n$;

б) $A_n^m = C_n^m \cdot P_m$;

в) $A_n^m = C_n^m / P_m$;

г) $A_n^m = C_n^m / P_n$.

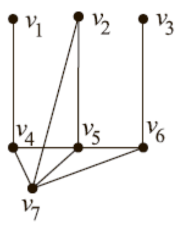
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Технический институт (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова» в г. Нерюнгри

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

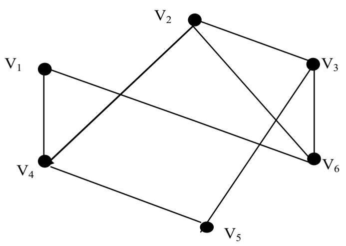
Расчетно-графическая работа

Задание 1. Построить два графа, содержащих не менее 4-х вершин. Найти их объединение, пересечение, произведение графов и проверить коммутативность произведения $G_1 \cdot G_2 = G_2 \cdot G_1$

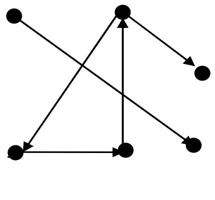
Задание 2. *Дан граф. Постройте для него матрицу расстояний между вершинами, найдите эксцентриситеты вершин, диаметр, радиус, центр.*



Задание 3. В графе *G,* с помощью матрицы смежности определить количество (v_1, v_6) – маршрута, длинны 3.

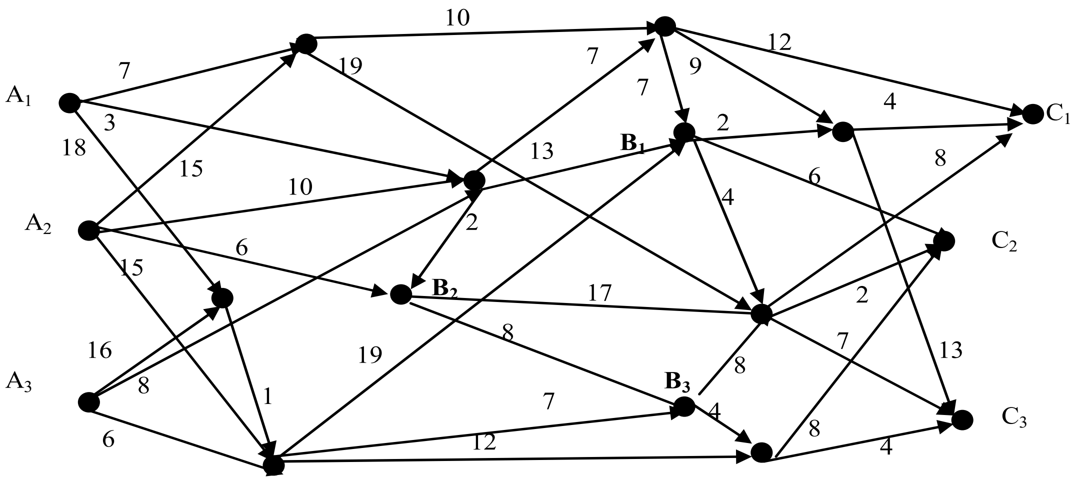


Задание 4. Для данного графа составить матрицу достижимости, предварительно обозначив его вершины произвольным образом.



Задание 5. С помощью алгоритмов Дейкстры и Беллмана-Форда найти кратчайшее расстояние ведущей из пункта А в пункт С, согласно вариантам представленным в таблице.

Вариант	Начальныйпункт A	Промежуточныйпункт B	Конечныйпункт C
1.	A_1		C_1
2.	A_2	B_3	C_1
3.	A_3		C_1
4.	A_1		C_2
5.	A_2	B_2	C_2
6.	A_3		C_2
7.	A_1	B_3	C_3
8.	A_2		C_3
9.	A_3		C_3
10	A_1	B_2	C_1



Критерии оценки:

По итогам выполнения работы- максимальный балл-15.

- работа выполнена полностью, правильность выполнения всех заданий – 15 (каждое правильно выполненное задание -3 балла .)