

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Рукович Александр Владимирович
Должность: Директор
Дата подписания: 30.05.2025 15:07:06
Уникальный программный ключ:
f45eb7c44954caac05ea7d4f32eb0d746b5cb76aeb09b4bda094a1ada1b765f

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-ВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.К. АММОСОВА»
Технический институт (филиал) ФГАОУ ВО «СВФУ» в г. Нерюнгри

Кафедра Математики и информатики

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Б1.О.16 Методы оптимизации

для программы бакалавриата
по направлению подготовки 09.03.03 - Прикладная информатика
Направленность (профиль) программы: Прикладная информатика в менеджменте

Форма обучения: очная

Нерюнгри 2024

УТВЕРЖДЕНО на заседании
выпускающей кафедры МиИ
«24» апреля 2024 г., протокол № 10
Заведующий кафедрой _____ / Самохина В.М.
«24» апреля 2024 г.

УТВЕРЖДЕНО на заседании
обеспечивающей кафедры МиИ
«24» апреля 2024 г., протокол № 10
Заведующий кафедрой _____ / Самохина В.М.
«24» апреля 2024 г.

СОГЛАСОВАНО:
Эксперты¹:

Похорукова М.Ю., к.т.н., доцент кафедры МиИ _____
Ф.И.О., должность, организация подпись

Семенова Е.О., ассистент кафедры МиИ _____
Ф.И.О., должность, организация подпись

СОСТАВИТЕЛЬ (И):

Самохина В.М., к.п.н, доцент кафедры МиИ _____
Ф.И.О., должность, организация подпись

¹ Эксперт первый: со стороны выпускающей кафедры (или работодатель). Экспертвторой: состороныобеспечивающейкафедры.

Паспорт фонда оценочных средств

№	Контролируемые разделы (темы)	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Требования к уровню усвоения компетенции	Наименование оценочного средства
1	Основные понятия и задачи теории оптимизации	ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	Знает основы методов оптимизации. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, правильно классифицирует конкретную прикладную задачу, выберет наиболее подходящий метод решения и реализовывает его в виде алгоритма Владеет численными методами решения классических задач	Практическая работа Тестирование экзамен
2	Линейное программирование			Практическая работа Тестирование экзамен
3	Транспортная задача			Практическая работа Тестирование экзамен
4	Симплексный метод (СМ) решения ЗЛП			Практическая работа Тестирование экзамен
5	Метод искусственного базиса			Практическая работа экзамен
6	Элементы теории двойственности в линейном программировании			Практическая работа экзамен
7	Безусловная оптимизация Выпуклое программирование			Практическая работа экзамен РГР

Министерство образования и науки Российской Федерации
Технический институт (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова» в г. Нерюнгри

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Программа экзамена

Экзамен по дисциплине проводится в форме собеседования по экзаменационным билетам. Экзаменационный билет включает один теоретический вопрос и два практических задания.

Вопросы к экзамену:

Перечень теоретических вопросов:

1. Транспортные задачи и логистика.
2. Задачи о назначениях и отборе.
3. Оптимальные назначения и отбор.
4. Планирование и анализ проектов.
5. Оптимальное управление запасами. Принятые обозначения и необходимые формулы
6. Оптимальное управление запасами. Теоретические замечания.
7. Бесконечный горизонт планирования – фиксированный запас.
8. Бесконечный горизонт планирования – фиксированный период .
9. Однопериодная модель.
10. Выбор альтернатив. Теоретические замечания.
11. Простые сценарии развития событий.
12. Анализ цепочек событий .
13. Управление проектами с учётом случайных вариаций времени выполнения стадий.
14. Оценка эффективности систем массового обслуживания и их оптимизация.
15. Симплекс-метод с естественным базисом.
16. Метод северо-западного угла.
17. Метод наименьшей стоимости.
18. Метод двойного предпочтения.
19. Математическая модель задачи распределения ресурсов.

Программа экзамена (7 семестр)

1. Метод искусственного базиса
2. Двойственная задача для канонической ЗЛП. Свойства взаимосопреженных симметричных ЗЛП. Теорема двойственности.
3. Определения выпуклой, строго выпуклой, вогнутой и строго вогнутой функций. Примеры. Условия экстремума.
4. Методы последовательных приближений. Общая схема ПМ. Графическая интерпретация ПМ.
5. Градиентный метод (ГМ). Антиградиент - направление наискорейшего спуска.
6. Общая схема ГМ. Полношаговый ГМ (метод наискорейшего спуска). Графическая интерпретация полношагового ГМ.
7. Задача выпуклого программирования (ЗВП). Формы записи. Условия разрешимости ЗВП.
8. Графическое решение.
9. Функция Лагранжа ЗВП. Седловая точка функции Лагранжа.
10. Метод условного градиента.
11. Метод штрафных функций (МШФ). Определение и свойства функций штрафа. Примеры функций штрафа.

Практические задания

1. Решить ЗЛП симплекс методом

$$f = 2X_1 + X_2 - 2X_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 \geq 8; \\ X_1 - X_2 + 2X_3 \geq 2; \\ -2X_1 - 8X_2 + 3X_3 \geq 1; \\ X_i \geq 0 (i=1,2,3) \end{cases}$$

2. Составить и решить двойственную задачу

$$2. F = 4x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 12, \\ x_1 + 3x_2 = 13, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 11, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

Критерии оценки:

Компетенции	Характеристика ответа на теоретический вопрос / выполнения практического задания	Количество набранных баллов
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно раскрыты основные положения вопросов; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий, явлений. Знание по предмету демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ изложен литературным языком с использованием современной психолого-педагогической терминологии. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	9-10 б.
	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен. Могут быть допущены 2-3 неточности или незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью преподавателя.	7-8 б.
	Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть значение обобщенных знаний не показано.	5-6 б.
	Ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса по билету с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. <i>или</i> Ответ на вопрос полностью отсутствует <i>или</i> Отказ от ответа	0 б.
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и	Практическое задание выполнено верно, отсутствуют ошибки различных типов. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	9-10 б.
	Практическое задание выполнено в полном объеме. Допущена незначительная ошибка.	7-8 б.
	Допущены несколько незначительных ошибок различных	5-6 б.

экспериментального исследования в профессиональной деятельности	типов.	
	Допущены значительные ошибки. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. <i>или</i> Выполнение практического задания полностью неверно, отсутствует	0 б.

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Задания для практических занятий

2.1. Привести задачу ЛП к канонической форме

1. $L = x_1 + 2x_3 + x_4 \rightarrow \max$
 $2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$
 $x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 0$
 $x_1 \leq -1, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$
2. $L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $3x_1 + x_2 \leq 1$
 $2x_1 - x_2 \leq 2$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 1$
3. $L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min$
 $x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$
 $2x_1 - 6x_2 + 7x_3 = 2$
 $0 \leq x_1 \leq 3, x_3 \geq 0$
4. $L = x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \max$
 $x_1 - 2x_2 + x_3 = 1$
 $x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 1$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 5$
5. $L = x_1 + x_4 \rightarrow \max$
 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$
 $x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 4$
 $0 \leq x_1 \leq 4, x_4 \geq 0$
6. $L = x_2 + x_4 \rightarrow \min$
 $-x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 1$
 $-2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq -5$
7. $L = x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max$
 $x_1 + x_3 + x_4 = 1$
 $x_2 + x_3 + x_4 = 2$
 $x_1 \geq 0, x_3 \geq 4$
8. $L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $x_1 - x_2 - x_3 \leq 1$
 $-x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 2$
 $0 \leq x_1 \leq 3, x_2 \geq -1$
9. $L = x_3 - x_4 \rightarrow \max$
 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$
 $x_2 + x_3 + x_4 = 1$
 $0 \leq x_1 \leq 5, x_4 \geq 0$
10. $L = x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$
 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 1$
 $x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \leq 0$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq -2, x_3 \leq 3$

$$11. L = -4x_1 - x_2 \rightarrow \max$$

$$x_2 - 3x_3 + x_4 = 5$$

$$2x_1 - x_2 + 4x_4 = 1$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq -3$$

$$12. L = 3x_1 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$8x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 7$$

$$x_2 \geq 5, x_4 \leq 3$$

$$13. L = -4x_1 - x_2 \rightarrow \max \quad 14. L = 3x_1 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$x_2 - 3x_3 + x_4 = 5$$

$$8x_1 + x_2 \geq 6$$

$$2x_1 - x_2 + 4x_4 = 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 7$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq -3$$

$$x_2 \geq 5, x_4 \leq 3$$

$$15. L = x_3 + 3x_4 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 3x_3 - 4x_4 \geq 5$$

$$2x_2 - 4x_3 + x_4 = 1$$

$$0 \leq x_1 \leq 5, x_3 \geq -1$$

$$16. L = -4x_1 - x_2 + x_4 \rightarrow \min$$

$$3x_1 - x_2 \geq 2$$

$$-x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \leq 4$$

$$x_1 \geq 2, x_3 \leq 5$$

$$17. L = -3x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$$

$$-4x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 - x_3 + 4x_4 = 3$$

$$x_1 \geq -3, x_3 \leq 1$$

$$18. L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$5x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 7$$

$$x_1 + 3x_2 + 6x_3 - 2x_4 \leq 3$$

$$0 \leq x_3 \leq 2, x_4 \leq -3$$

$$19. L = 2x_1 + x_2 - 5x_3 - x_4 \rightarrow \min \quad 20. L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$2x_1 + x_4 \leq 9$$

$$x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 \geq 4$$

$$x_2 - x_3 + 8x_4 = 3$$

$$x_1 \geq 0, x_4 \geq -1$$

$$x_1 \geq 5, x_2 \leq 0$$

$$21. L = 2x_1 + x_2 + x_4 \rightarrow \max \quad 22. L = 4x_2 + x_4 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 - x_4 \geq 1$$

$$x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 8x_4 + 2$$

$$-x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 \geq 3$$

$$x_2 - x_3 + 2x_4 \geq 6$$

$$-2 \leq x_2 \leq 1, x_2 \geq 2$$

$$x_1 \geq 0, x_3 \geq 1$$

$$23. \quad L = 3x_2 - 2x_3 + x_4 \rightarrow \min \quad 24. \quad L = 2x_1 + x_3 - x_4 \rightarrow \max$$

$$3x_1 - x_2 - x_3 \leq 7 \quad x_1 + x_2 - 3x_4 + x_4 \geq 2$$

$$8x_1 - 4x_2 + 6x_3 \geq 5 \quad x_1 + 3x_2 + 2x_4 = 9$$

$$x_1 \leq -1, x_2 \geq 2 \quad -5 \leq x_1 \leq -1, x_2 \geq 4$$

$$25. \quad L = 3x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min \quad 26. \quad L = x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$$

$$9x_2 + x_3 + x_4 \geq 2 \quad x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 + x_3 - 5x_4 \geq 3 \quad 3x_1 + x_2 - x_4 \leq 4$$

$$x_1 \geq 2, x_2 \geq 0, x_3 \leq 0 \quad 1 \leq x_1 \leq 4, x_4 \geq 0$$

$$27. \quad L = x_3 - x_4 \rightarrow \max \quad 28. \quad L = x_1 + 2x_3 - x_4 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 3x_2 + 4x_4 = 3 \quad -5x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 6$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 5 \quad x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$x_3 \geq -1, x_4 \geq 0, x_3 \leq 0 \quad -2 \leq x_2 \leq 6, x_3 \leq -1$$

$$29. \quad L = 5x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \min \quad 30. \quad L = x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \rightarrow \max$$

$$x_2 - 6x_3 - 8x_4 \leq 9 \quad 2x_1 + 7x_2 - x_3 \leq 7$$

$$4x_1 + x_2 - 3x_3 + 7x_4 \leq 3 \quad 5x_1 - x_2 + 6x_4 = 9$$

$$x_1 \geq 0, -2 \leq x_2 \leq -1, x_3 \geq 3 \quad x_2 \leq 6, x_3 \geq 0, x_4 \leq 0$$

2.2. Решить задачу ЛП графически

(во всех заданиях $x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$)

$$1. \quad L = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

Ответ: $x^* = (0, 3)$

$$2. \quad L = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 10$$

Ответ: $x^* = \left(\frac{20}{19}, \frac{45}{19}\right)$

3. $L = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1 - x_2 \geq 0$$

Ответ: $x^* = (\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$

4. $L = x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 0$$

Ответ: решений нет

5. $L = 2x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \max$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 3$$

$$-2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4$$

Ответ: решений нет

6. $L = x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 \rightarrow \min$

$$-x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 3$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4$$

$$x_1 + 2x_4 + x_5 = 5$$

Ответ: $x^* = (1, 0, 2, 0, 4)$

7. $L = x_1 - x_2 \rightarrow \max$

$$4x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 6$$

$$x_1 + 4x_2 + x_3 + x_5 = 15$$

$$2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + x_4 = -17$$

Ответ: $x^* = (4, 1, 7, 0, 0)$

8. $L = 2x_1 + x_2 + x_4 \rightarrow \min$

$$x_1 + x_2 + 3x_4 = 9$$

$$x_2 + 3x_4 - x_5 = 6$$

$$x_2 + x_3 + 2x_4 = 8$$

Ответ: $x^* = (0, 0, 2, 3, 3)$

9. $L = -4x_1 + 3x_2 + x_4 - x_5 \rightarrow \max$

$$2x_1 - x_2 - x_3 = -1$$

$$x_1 - 3x_2 - x_4 = -13$$

$$4x_1 + x_2 + x_5 = 26$$

$$x_1 - 3x_2 + x_6 = 0$$

Ответ: $x^* = (5, 6, 5, 0, 0, 13)$

10. $L = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

$$2x_1 - x_2 + x_5 + x_6 = 10$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_4 + x_6 = 25$$

$$2x_1 - 3x_2 + x_4 + x_5 = -9$$

$$6x_2 + x_3 + x_4 = 36$$

Ответ: $x^* = (3, 6, 0, 0, 3, 7)$

11. $L = 2x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \max$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 3$$

$$-2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4$$

Ответ : решений нет

12. $L = x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 \rightarrow \min$

$$-x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 3$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4$$

$$x_1 + 2x_4 + x_5 = 5$$

Ответ : $x^ = (1,0,2,0,4)$*

13. $L = -4x_1 + 3x_2 + x_4 - x_5 \rightarrow \max$

$$2x_1 - x_2 - x_3 = -1$$

$$x_1 - 3x_2 - x_4 = -13$$

$$4x_1 + x_2 + x_5 = 26$$

$$x_1 - 3x_2 + x_6 = 0$$

Ответ : $x^ = (5,6,5,0,0,13)$*

14. $L = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

Ответ : $x^ = (0,3)$*

15. $L = x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$

$$x_1 - x_2 \geq 0$$

$$x_1 - 0.5x_2 \leq 2$$

$$0.5x_2 + x_3 = 2$$

Ответ : $x^ = (0,0,8)$*

16. $L = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 10$$

Ответ : $x^ = (0,5)$*

17. $L = x_1 + 4x_4 \rightarrow \max$ 18. $L = -x_1 + x_2 \rightarrow \min$

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 4$$

Ответ : решений нет

$$x_1 - 3x_2 \leq -6$$

$$3x_1 + x_2 \leq 12$$

Ответ : $x^ = (3,3)$*

19. $L = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ 20. $L = x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = -6$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 3$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 4$$

$$4x_1 + x_2 \geq 6$$

$$3x_2 + x_3 + x_4 = 9$$

$$8x_1 + x_2 \geq 4$$

Ответ : решений нет

Ответ : $x^* = (\frac{3}{7}, \frac{9}{7})$

21. $L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ 22. $L = x_2 \rightarrow \max$

$$2x_1 - x_2 \geq -2$$

$$3x_2 - 4x_1 \leq 0$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$2x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Ответ : $x^* = (\frac{4}{3}, \frac{10}{3})$ Ответ : $x^* = (3, 4)$

23. $L = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$ 24. $L = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1 \geq 2$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 10$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$x_1 - x_2 \leq -1$$

Ответ : $x^* = (0, 5)$

Ответ : решений нет

25. $L = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 0$$

$$x_2 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Ответ : решений нет

26. $L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$x_1 - x_2 \geq 0$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Ответ : решений нет

$$27. L = x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 3$$

$$4x_1 + x_2 \geq 6$$

$$8x_1 + x_2 \geq 4$$

Ответ: решений нет

$$28. L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

Ответ: $x^* = (1,0)$.

$$29. L = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad 30. L = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 \leq 2$$

$$-x_1 + x_2 \geq -1$$

$$x_2 - 2x_1 \geq 1$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Ответ: $x^* = (0,1)$

$$x_1 + x_2 \leq 2$$

$$-x_1 + x_2 \geq -1$$

$$x_2 - 2x_1 \geq 1$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Ответ: $x^* = (0,1)$

2.3. Определить допустимое базисное решение методом

искусственного базиса (во всех заданиях $x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$)

$$1. L = x_1 - x_2 - 3x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 - x_2 - 2x_3 = -1$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4$$

$$2. L = -2x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 3x_2 - x_3 = -4$$

$$-2x_1 + x_2 + 5x_3 = 3$$

$$3. L = x_1 - x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1$$

$$4. L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + x_2 - x_3 = 5$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7$$

5. $L = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max$

$$x_1 + 3x_2 + 7x_3 - x_4 = 6$$

$$x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 2$$

6. $L = x_1 + 4x_2 + x_3 - 4x_4 \rightarrow \max$

$$x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 = 3$$

7. $L = x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 \rightarrow \max$

$$x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = -4$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 0$$

8. $L = x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \max$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1$$

$$2x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 2$$

9. $L = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 5$$

$$2x_1 - x_3 + x_4 = 1$$

10. $L = x_1 - 3x_2 - 5x_3 - x_4 \rightarrow \max$

$$x_1 + 4x_2 + 4x_3 + x_4 = 5$$

$$x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 9$$

11. $L = x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \min$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 2$$

12. $L = x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 \rightarrow \max$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + x_3 + x_4 = -1$$

13. $L = x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$ 14. $L = 2x_1 - 21x_2 + 7x_3 \rightarrow \min$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = -5$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$

$$2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 12$$

15. $L = x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \max$ 16. $L = x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 \rightarrow \min$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1 + x_3 - 2x_4 = 3$$

$$17. L = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max \quad 18. L = x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 \rightarrow \max$$

$$x_1 - x_2 = 1 \quad 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 4$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 1 \quad -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1$$

$$19. L = 4x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 \rightarrow \max \quad 20. L = 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 2 \quad x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 4$$

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 3 \quad 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 2$$

$$21. L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max \quad 22. L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 6 \quad 3x_1 + x_2 - x_3 = 5$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6 \quad 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7$$

$$23. L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min \quad 24. L = 2x_1 + x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 10 \quad 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 2$$

$$4x_1 - 2x_3 + 2x_4 = 2 \quad x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 3$$

$$25. L = x_1 + x_2 \rightarrow \min \quad 26. L = x_1 - x_2 - 3x_3 \rightarrow \max$$

$$3x_1 - 2x_2 + x_3 = 6 \quad x_1 - x_2 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3 \quad x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$

$$27. L = x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad 28. L = 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \min$$

$$3x_1 - x_2 = 10 \quad -x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 3$$

$$x_1 + 2x_3 \leq 5 \quad 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 1 \quad x_1 + 2x_4 + x_5 = 5$$

$$29. L = 5x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 \rightarrow \min \quad 30. L = x_1 - x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 4 \quad -x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 1$$

$$-3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \quad 2x_1 - x_2 + x_3 = 3$$

2.4. Решить задачу ЛП симплекс-методом

(во всех заданиях $x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$)

$$1. \quad L = 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

Ответ : $L^* = -12, x^* = (2, 0, 4)$

$$3. \quad L = x_1 \rightarrow \max$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 0$$

$$x_1 - x_2 \geq -1$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

Ответ : L – неограничена

$$5. \quad L = x_1 + 3x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 6$$

Ответ : $L^* = 18, x^* = (0, 6, 0)$

$$7. \quad L = 2x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 5x_2 \geq 0$$

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 4$$

$$-x_1 - x_3 \leq 4$$

$$x_2 \leq 3$$

Ответ : $L^* = 6, x^* = (0, 3, 0)$

$$9. \quad L = x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 2x_2 - 3x_4 \geq 0$$

$$x_1 + x_3 + 2x_4 \leq 0$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 3$$

Ответ : L – неограничена

$$2. \quad L = x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 2$$

Ответ : $L^* = 1, x^* = (1, 0, 0)$

$$4. \quad L = -x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$2x_1 + x_2 \leq 10$$

Ответ : $L^* = 5, x^* = (0, 5)$

$$6. \quad L = x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$

Ответ : $L^* = \frac{7}{3}, x^* = (\frac{5}{3}, 0, \frac{2}{3})$

$$8. \quad L = x_4 - x_5 \rightarrow \max$$

$$-2x_1 + 2x_3 - x_4 + x_5 \geq 0$$

$$2x_2 - x_3 - x_4 + x_5 \geq 0$$

$$x_1 - 2x_2 - x_4 + x_5 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

Ответ : $L^* = 0, x^* = (\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, 0, 0)$

$$10. \quad L = 3x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

Ответ : $L^* = 26, x^* = (0, 10, 16)$

$$11. L = x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 2x_2 - 3x_4 \geq 0$$

$$x_1 + x_3 + 2x_4 \geq 0$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 3$$

$$\text{Ответ: } L^* = -1\frac{1}{2}, x^* = (0, 1\frac{1}{2}, 0, 0)$$

$$12. L = -3x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$-2x_1 - x_2 \leq 2$$

$$-x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_2 \leq 7$$

$$\text{Ответ: } L^* = 3, x^* = (0, 3)$$

$$13. L = -3x_1 + x_2 + x_3 - 34x_4 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0$$

$$2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 9$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 6$$

$$\text{Ответ: } L^* = 7, x^* = (1, 1, 3, 0)$$

$$14. L = -x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$0.5x_1 + x_2 \leq 5$$

$$0.5x_1 + x_2 \geq -5$$

$$x_1 + 0.5x_2 \leq 6$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_5 = 6$$

$$\text{Ответ: } L^* = 5, x^* = (0, 5)$$

$$15. L = -x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad 16. L = -2x_2 \rightarrow \min$$

$$0.5x_1 + x_2 \leq 5$$

$$4x_1 - x_2 \leq 5$$

$$0.5x_1 + x_2 \geq 2$$

$$-2x_1 + 2x_2 \geq 1$$

$$x_1 + 0.5x_2 \leq 5$$

$$2x_1 - x_2 \leq 1$$

$$\text{Ответ: } L^* = 5, x^* = (0, 5). \quad \text{Ответ: } L^* = -10, x^* = (0, 5).$$

$$17. L = x_1 + x_2 \rightarrow \min \quad 18. L = x_1 - x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_3 = 1$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 2$$

$$2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_3 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$\text{Ответ: } L^* = 0, x^* = (0, 0, 1). \quad \text{Ответ: } L^* = \frac{5}{2}, x^* = (\frac{5}{2}, 0).$$

$$19. L = -x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \rightarrow \min \quad 20. L = x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 3$$

$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 22$$

$$-x_1 + x_3 - 2x_5 = 1$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 + x_5 = 1$$

$$\text{Ответ: } L^* = -3, x^* = (0, 0, 3, 0, 1). \quad \text{Ответ: } L^* = -1, x^* = (0, 0, 0, 1, 3).$$

$$21. \quad L = x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \min \quad 22. \quad L = -x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_3 \geq 4$$

$$x_1 - x_3 = 5$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

Ответ : $L^* = -10, x^* = (0,0,10)$. *Ответ* : $L^* = -6, x^* = (6,0,1)$.

$$23. \quad L = -x_1 - x_3 \rightarrow \min$$

$$24. \quad L = x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - 8x_4 = 8$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$$

$$2x_1 - 6x_2 + 2x_4 = 12$$

$$x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1$$

Ответ : $L^* = -7.2, x^* = (7.2, 0.4, 0, 0)$. *Ответ* : L – неограничена

$$25. \quad L = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$26. \quad L = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 \geq -2$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$x_1 \leq 1$$

$$x_2 \leq 2.5$$

$$x_1 - x_2 \geq -1$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$2x_1 + x_2 \geq 1$$

$$2x_1 - x_2 \geq -2$$

Ответ : $L^* = 1, x^* = (1,0)$ *Ответ* : $L^* = 13.5, x^* = (1.5, 2.5)$.

$$27. \quad L = x_1 + 3x_2 + 2x_3 \rightarrow \max \quad 28. \quad L = x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 1$$

$$2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6$$

$$x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 6$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$

Ответ : $L^* = 18, x^* = (0,6,0)$. *Ответ* : $L^* = \frac{7}{3}, x^* = (\frac{5}{2}, 0, \frac{2}{3})$.

$$29. \quad L = 1 - x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$$

$$30. \quad L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_3 + x_5 = 0$$

$$x_1 - x_2 - 2x_3 \geq 0$$

$$2x_2 + x_4 + x_6 = 1$$

$$-x_1 + x_2 - x_3 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

Ответ : $L^* = 1, x^* = (0,0,0,0,0,1)$.

Ответ : $L^* = 1, x^* = (\frac{2}{3}, 0, \frac{1}{3})$.

2.5. Решить задачу ЛП двойственным симплекс-методом

(во всех заданиях $x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$)

1. $L = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \min$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 3$$

$$-x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 2$$

Ответ: $L^* = 4, x^* = (0, 2, 0, 1, 0)$

2. $L = x_1 + x_2 \rightarrow \min$

$$x_1 - x_2 + x_3 \geq 2$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 \geq 1$$

Ответ: $L^* = 1, x^* = (1, 0, 1)$

3. $L = 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 8$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 2$$

$$-2x_1 - 8x_2 + 3x_3 \geq 1$$

Ответ: $L^* = 84, x^* = (25, 0, 17)$

4. $L = x_1 + 3x_2 + \frac{2}{3}x_3 \rightarrow \min$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 2$$

$$3x_1 + x_2 + x_3 \geq 3$$

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 1$$

Ответ: $L^* = \frac{5}{3}, x^* = (1, 0, 1)$

5. $L = 2x_1 + x_3 \rightarrow \min$

$$x_1 - 4x_2 \geq 1$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 \geq 4$$

Ответ: $L^* = 4, x^* = (1, 0, 2)$

6. $L = x_1 + x_2 \rightarrow \min$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 \geq 2$$

$$-x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 \geq 1$$

Ответ: $L^* = 0, x^* = (0, 0, 0, 2)$

7. $L = x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 1$$

$$x_2 - x_3 \geq 1$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 1$$

Ответ: $L^* = 4, x^* = (2, 1, 0)$

8. $L = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min$

$$2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \geq 3$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \geq -1$$

Ответ: $L^* = 2, x^* = (1, 1, 0, 0)$

9. $L = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \rightarrow \min$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 2$$

$$-x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 \geq 1$$

Ответ: $L^* = 5, x^* = (\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{2}, 0)$

10. $L = 3x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$

$$2x_1 + 4x_2 - x_4 = 5$$

$$-3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_5 = 4$$

Ответ: $L^* = \frac{19}{4}, x^* = (0, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, 0, 0)$

$$11. L = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 \geq 3$$

$$x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 \geq 1$$

$$\text{Ответ: } L^* = \frac{5}{2}, x^* = (2, \frac{1}{2}, 0, 0)$$

$$12. L = 3x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 - x_2 - x_4 = 3$$

$$\text{Ответ: } L^* = 37, x^* = (10, 7, 0, 0)$$

$$13. L = 2 + 2x_1 + 8x_2 + 3x_3 \rightarrow \min \quad 14. L = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$10x_1 - 2x_2 + 4x_3 \geq 6$$

$$-x_1 + 5x_2 \geq 2$$

$$x_1 + 2x_2 - 2x_3 \geq 3$$

$$-2x_1 + 2x_2 \geq 4$$

$$2x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 4$$

$$2x_1 + 2x_2 \geq 6$$

$$\text{Ответ: } L^* = 8, x^* = (3, 0, 0) \quad \text{Ответ: } L^* = 11, x^* = (\frac{1}{2}, \frac{5}{12})$$

$$15. L = 2x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3$$

$$-x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_5 = 2$$

$$16. L = x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$-x_1 - x_2 - x_3 \leq -2$$

$$2x_1 - x_2 - x_3 \geq 1$$

$$\text{Ответ: } L^* = \frac{7}{3}, x^* = (0, \frac{5}{3}, \frac{2}{3}, 0, 0) \quad \text{Ответ: } L^* = 2, x^* = (1, 0, 1)$$

$$17. L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 2$$

$$2x_1 - x_3 \geq 1$$

$$18. L = 2x_1 \rightarrow \max$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 - x_2 \geq 3$$

$$\text{Ответ: } L^* = 1, x^* = (1, 0, 0) \quad \text{Ответ: } L^* = -8, x^* = (1, 4)$$

$$19. L = x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 \rightarrow \min \quad 20. L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 \geq 0$$

$$x_1 - x_2 + x_3 \geq 2$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 \geq 2$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 \geq 1$$

$$\text{Ответ: } L^* = \frac{2}{5}, x^* = (0, 0, \frac{2}{5}, \frac{6}{5}) \quad \text{Ответ: } L^* = 2, x^* = (1, 0, 1)$$

$$21. L = 6x_1 + x_4 + 2x_5 \rightarrow \min \quad 22. L = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$4x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 8$$

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 1$$

$$2x_1 - x_2 - x_4 \geq 2$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 2$$

$$x_1 + x_2 + x_5 \geq 0$$

$$2x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 3$$

$$\text{Ответ: } L^* = 4, x^* = (0, 2, 14, 4, 0) \quad \text{Ответ: } L^* = \frac{5}{3}, x^* = (\frac{4}{3}, \frac{1}{3}, 0)$$

$$23. L = 2x_1 + x_3 \rightarrow \min \quad 24. L = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 - 4x_2 \geq 1$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 \geq 2$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 \geq 4$$

$$-x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 \geq 1$$

$$\text{Ответ: } L^* = 4, x^* = (1, 0, 2) \quad \text{Ответ: } L^* = 1, x^* = (1, 0, 0, 1)$$

$$25. L = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$26. L = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 1$$

$$x_1 - x_2 \leq 3$$

$$x_2 - x_3 \geq 1$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 2$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 1$$

$$x_1 + x_3 \geq 4$$

$$\text{Ответ: } L^* = \frac{17}{3}, x^* = (0, \frac{17}{3}, \frac{14}{3}) \quad \text{Ответ: } L^* = 6, x^* = (0, 3, 4)$$

$$27. L = x_1 + 3x_2 + 2x_3 \rightarrow \min \quad 28. L = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 - x_2 \geq 2$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 1$$

$$3x_2 + x_3 \geq 3$$

$$x_2 - 3x_3 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 1$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 1$$

$$\text{Ответ: } L^* = 6, x^* = (3, 1, 0) \quad \text{Ответ: } L^* = 3, x^* = (2, 1, 0)$$

$$29. L = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min \quad 30. L = 3x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 \geq 3$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 \geq 1$$

$$x_1 - x_2 - x_4 = 3$$

$$\text{Ответ: } L^* = \frac{5}{2}, x^* = (2, \frac{1}{2}, 0, 0) \quad \text{Ответ: } L^* = 37, x^* = (10, 7, 0, 0)$$

2.6. Определить задачу, двойственную к исходной

$$1. L = x_1 - 10x_2 \rightarrow \min$$

$$2. L = 5x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$-2x_1 + 3x_2 = -7$$

$$4x_1 + 6x_2 \geq 5$$

$$-x_1 \geq 0$$

$$x_2 + 6x_3 = 9$$

$$0 \leq x_2 \leq 0$$

$$x_2 \geq 0, x_3 \geq 10$$

$$3. L = x_1 + 10x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$4. L = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 1$$

$$0 \leq x_1 \leq 5, x_2 \leq 0$$

$$x_1 \geq 0, -3 \leq x_2 \leq -1$$

$$5. L = 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \rightarrow \min$$

$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \geq 2$$

$$x_1 - x_3 \leq 3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \leq 0$$

$$6. L = x_1 + 4x_4 \rightarrow \max$$

$$x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \geq 3$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$x_1 \leq 0, x_2 \geq -1$$

$$7. L = x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \max$$

$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \leq 2$$

$$x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + x_5 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \leq 0$$

$$8. L = -6x_1 + 6x_2 - 5x_3 \rightarrow \min$$

$$-2x_1 - x_2 + 6x_4 = 2$$

$$x_1 + 8x_2 - x_3 \leq 1$$

$$-6 \leq x_1 \leq 0, x_2 \geq 6$$

$$9. L = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 2$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq -10$$

$$10. L = x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$2x_1 - x_2 \leq 3$$

$$x_1 - 2x_2 \geq 2$$

$$x_1 \geq 0, 0 \leq x_2 \leq 3, x_3 \leq 0$$

$$11. L = -x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$8x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1$$

$$x_2 \leq 5$$

$$x_1 \leq 4, x_3 \leq 0$$

$$12. L = -x_1 \rightarrow \max$$

$$7x_2 + x_3 \geq 9$$

$$2x_1 + 11x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$x_1 \geq 1, x_2 \leq 9$$

$$13. L = -x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \max \quad 14. L = 4x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 - x_2 = 7$$

$$2x_2 + 3x_3 \leq -1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 5$$

$$x_1 + x_2 \geq 10$$

$$x_1 \leq 4, x_2 \geq 4$$

$$6x_1 + 8x_2 \geq 1$$

$$x_1 - x_2 \leq 0$$

$$x_2 \leq 3$$

$$-x_1 + 5x_2 \geq 9$$

$$x_1 \geq 0$$

$$\begin{array}{ll}
15. \quad L = x_1 + 7x_2 - x_3 - x_4 \rightarrow \max & 16. \quad L = -4x_1 - 9x_2 + x_3 \rightarrow \min \\
2x_1 + 9x_2 - x_3 \leq 7 & 2x_2 + 3x_3 \leq -1 \\
2x_2 + 3x_4 \leq -1 & x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 0 \\
-x_2 - 3x_3 = 3 & x_2 + 6x_3 = 9 \\
x_1 + x_2 + x_4 \leq 1 & -x_1 - x_3 \geq 5 \\
0 \leq x_3 \leq 4, x_2 \leq 0 & x_2 \geq 0 \\
x_3 \leq 0, x_2 \geq 0 & x_2 \geq -1
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
17. \quad L = x_1 - 10x_2 \rightarrow \min & 18. \quad L = 5x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max \\
2x_2 + 9x_3 \geq 7 & 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \\
-2x_1 + 3x_2 = 7 & 4x_1 + 6x_2 \geq 5 \\
-x_1 \geq 0 & x_2 + 6x_3 = 9 \\
0 \leq x_2 \leq 5 & x_2 \geq 0, x_3 \geq 10
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
19. \quad L = -x_2 + x_4 \rightarrow \min & 20. \quad L = x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 \rightarrow \min \\
2x_3 + 9x_4 \geq 1 & 2x_1 - x_2 + 3x_4 \leq -1 \\
-2x_1 + 3x_2 - 8x_4 = -7 & -2x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 \geq 5 \\
x_1 + x_2 + x_3 \leq 0 & x_1 - x_2 + 6x_3 \geq 2 \\
x_1 \geq 10 & x_3 - 6x_4 \geq 1 \\
-1 \leq x_3 \leq -2 & x_3 \geq 0, x_4 \leq 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
21. \quad L = -2x_1 - 10x_2 + x_3 \rightarrow \min & 22. \quad L = 4x_3 + x_4 \rightarrow \min \\
x_1 + x_2 - 9x_3 \geq 5 & x_1 + 2x_2 - x_4 \leq 2 \\
2x_1 + 3x_3 \leq 1 & x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\
x_1 + x_2 + x_3 = 10 & x_1 + x_4 \geq 10 \\
x_1 - 4x_2 \geq -5 & -x_1 + 5x_2 - x_3 - 10x_4 \geq -5 \\
x_1 \geq 4, x_3 \leq 4 & x_1 \geq 0, x_2 \leq 0
\end{array}$$

$$23. L = -x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \max \quad 24. L = -2x_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 5$$

$$-2x_1 - 2x_2 \leq -2$$

$$3x_1 - 2x_2 + x_3 = -10$$

$$-x_1 \geq -5$$

$$x_1 \leq 4$$

$$-9x_1 - 2x_2 \geq 7$$

$$2x_1 - 3x_2 - x_3 = 0$$

$$x_1 + x_3 \geq -10$$

$$5x_2 - 5x_3 = 5$$

$$x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$25. L = 7x_1 - 2x_3 + 8x_4 \rightarrow \min$$

$$5x_1 + 7x_4 \geq 7$$

$$2x_1 + 9x_3 + 3x_4 = -1$$

$$-x_1 - x_2 + 3x_3 = 6$$

$$7x_3 + x_4 \geq 10$$

$$-4 \leq x_2 \leq 4, x_4 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0, x_1 \leq 0$$

$$26. L = 5x_1 + 5x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$$

$$2x_2 - 2x_3 \geq 1$$

$$x_1 + x_3 \geq 11$$

$$x_1 + x_2 - 7x_3 \geq -11$$

$$x_1 \leq 0$$

$$0 \leq x_3 \leq 10$$

$$27. L = -6x_1 + 6x_2 - 5x_3 - 4x_4 \rightarrow \min \quad 28. L = 4x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$$

$$6x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 1$$

$$-2x_1 - x_2 + 6x_4 = 2$$

$$x_1 - 8x_2 - x_3 \leq 1$$

$$-6 \leq x_1 \leq 0, x_2 \geq 6$$

$$x_2 + x_4 \leq 8$$

$$4x_2 - 5x_3 + x_4 \leq i$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5$$

$$x_1 \geq 0, -5 \leq x_4 \leq -1$$

$$29. L = -x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max \quad 30. L = -x_1 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 9x_2 + x_3 \geq 5$$

$$-x_2 + 5x_3 \leq 4$$

$$8x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1$$

$$x_2 \leq 5$$

$$x_1 \leq 4, x_3 \leq 0$$

$$-7x_2 - 5x_3 = 7$$

$$-3x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0$$

$$7x_2 + x_3 \geq 9$$

$$2x_1 + 11x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$x_1 \geq 1, x_2 \leq 9$$

2.7. Используя теоремы двойственности, решить исходную и двойственную задачи (во всех заданиях $x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$)

$$\begin{array}{ll}
1. \quad L = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max & 2. \quad L = x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \max \\
x_1 + x_2 + x_3 = 4 & x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 5 \\
x_1 - x_2 + x_4 = 2 & x_1 - 2x_2 - x_3 \geq -1
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\text{Ответ: } L^* = 7, x^* = (3, 1, 0, 0), & \text{Ответ: } L^* = 5, x^* = (2, 0, 3), \\
u^* = \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) & u^* = (0, 1)
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
3. \quad L = 14 - x_2 - 2x_3 - x_5 \rightarrow \min & 4. \quad L = -2x_1 - 2x_2 \rightarrow \min \\
x_1 + x_2 + x_3 - 2x_5 = 1 & 2x_1 + x_2 \leq 8 \\
-x_2 - 2x_3 + 5x_5 + x_4 = 4 & x_1 + 3x_2 \leq 9
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\text{Ответ: } L^* = -18, x^* = (0, 0, 13, 0, 6), & \text{Ответ: } L^* = -10, x^* = (3, 2), \\
u^* = (-2, -1) & u^* = \left(\frac{4}{5}, \frac{2}{5}\right)
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
5. \quad L = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max & 6. \quad L = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min \\
x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 & -2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\
x_1 + x_2 + x_4 = 1 & x_1 + x_2 \geq 5
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\text{Ответ: } L^* = 3, x^* = (0, 1, 0, 0), & \text{Ответ: } L^* = \frac{34}{5}, x^* = \left(\frac{9}{5}, \frac{16}{5}\right), \\
u^* = (0, 3) & u^* = \left(\frac{1}{5}, \frac{8}{5}\right)
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
7. \quad L = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max & 8. \quad L = x_1 - 2x_2 \rightarrow \min \\
x_1 + 3x_2 \geq 6 & -2x_1 + x_2 \leq 8 \\
3x_1 + 2x_2 \leq 36 & x_1 - 2x_2 \geq 8 \\
x_2 \leq 13 & x_1 \geq 10, x_2 \geq 2
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\text{Ответ: } L^* = 30, x^* = (0, 2), & \text{Ответ: } L^* = 8, x^* = (12, 2), \\
u^* = (1, 0, 0) & u^* = (0, 1, 0, 0)
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
9. \quad L = 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \max & 10. \quad L = 10x_1 + 7x_2 + 5x_3 \rightarrow \min \\
3x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 32 & x_1 + x_2 \geq 1 \\
x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = -8 & x_1 + x_3 \geq 1
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\text{Ответ: } L^* = 8, x^* = (4, 4, 0, 0), & \text{Ответ: } L^* = 10, x^* = (1, 0, 0), \\
u^* = \left(\frac{4}{7}, \frac{9}{7}\right) & u^* = (5, 5)
\end{array}$$

$$11. L = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$2x_1 - x_2 = 1$$

$$\text{Ответ: } L^* = \frac{3}{2}, x^* = (\frac{1}{2}, 0),$$

$$u^* = (0, \frac{3}{2})$$

$$12. L = -4 + 2x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$6x_1 + 4x_2 + x_3 = 12$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 1$$

$$\text{Ответ: } L^* = -1, x^* = (0, \frac{1}{2}, 10, 0),$$

$$u^* = (0, 1)$$

$$13. L = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$-3x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_3 \geq 1$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 8$$

$$\text{Ответ: } L^* = \frac{9}{2}, x^* = (1, \frac{7}{2}, 0),$$

$$u^* = (0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

$$14. L = 6x_1 + 4x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

$$6x_1 + x_2 + 7x_3 \leq 7$$

$$6x_1 + 4x_2 \leq 3$$

$$2x_1 + x_2 \leq 9$$

$$\text{Ответ: } L^* = 28, x^* = (0, 7, 0),$$

$$u^* = (4, 0, 0)$$

$$15. L = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$2x_1 - x_2 = 1$$

$$\text{Ответ: } L^* = \frac{3}{2}, x^* = (\frac{1}{2}, 0),$$

$$u^* = (0, \frac{3}{2})$$

$$16. L = 2x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$6x_1 + 4x_2 + x_3 = 12$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 1$$

$$\text{Ответ: } L^* = 3, x^* = (0, \frac{1}{2}, 10, 0),$$

$$u^* = (0, 3).$$

$$17. L = 7x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 6$$

$$2x_1 + 3x_3 \leq 6$$

$$9x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 3$$

$$\text{Ответ: } L^* = 3, x^* = (0, 3, 0),$$

$$u^* = (0, 0, 1).$$

$$18. L = 4x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 \leq 8$$

$$2x_2 + 2x_3 + x_4 = 10$$

$$x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 16$$

$$-x_4 + x_3 \leq 7$$

$$\text{Ответ: } L^* = 64, x^* = (16, 0, 0, 10),$$

$$u^* = (0, 0, 4, 0).$$

$$19. L = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad 20. L = x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 5$$

$$x_1 - x_2 + x_4 = 2$$

$$x_1 - 2x_2 - x_3 \geq -1$$

$$\text{Ответ: } L^* = 7, x^* = (3, 1, 0, 0), \quad \text{Ответ: } L^* = 5, x^* = (2, 0, 3),$$

$$u^* = \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right).$$

$$u^* = (0, 1).$$

$$21. L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min \quad 22. L = 2x_1 + 4x_3 \rightarrow \max$$

$$-2x_1 + 4x_2 \geq 2$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 4$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 = -2$$

$$\text{Ответ: } L^* = \frac{13}{5}, x^* = \left(\frac{7}{5}, \frac{6}{5}, 0\right), \quad \text{Ответ: } L^* = 4, x^* = \left(\frac{8}{3}, 0, \frac{2}{3}\right),$$

$$u^* = \left(\frac{1}{10}, \frac{3}{5}\right).$$

$$u^* = (2, 0)$$

$$23. L = 8x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$24. L = -3x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 6x_2 \leq 2$$

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 \leq -1$$

$$\text{Ответ: } L^* = 30, x^* = (3, 2),$$

Ответ: решений нет

$$u^* = \left(\frac{11}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

$$25. L = -2x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 9$$

$$26. L = 10x_1 + 7x_2 + 5x_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1 + x_3 \geq 1$$

$$2x_1 + x_2 \leq 9$$

$$\text{Ответ: } L^* = -10, x^* = (3, 2),$$

$$\text{Ответ: } L^* = 10, x^* = (1, 0, 0),$$

$$u^* = \left(-\frac{2}{5}, -\frac{4}{5}, 0\right)$$

$$u^* = (0, 10).$$

$$27. L = 2x_2 - 2x_3 - x_5 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - 2x_5 = 1$$

$$28. L = 7x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \min$$

$$-x_1 + 4x_2 + x_3 \geq 4$$

$$x_1 - 4x_2 \leq 2$$

$$6x_1 + 3x_2 - 4x_3 \geq 7$$

$$\text{Ответ: } \alpha^* = -4, x^* =$$

$$= (0, 0, 13, 0, 6), \quad 4 = (-2, -1)$$

$$\text{Ответ: } L^* = \frac{14}{3}, x^* = \left(0, \frac{7}{3}, 0\right),$$

$$u^* = \left(0, \frac{2}{3}\right).$$

$$29. L = x_1 - 2x_2 \rightarrow \max \quad 30. L = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$-3x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$-2x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 5$$

$$x_1 + x_2 \geq 5$$

Ответ: $L^* = 5, x^* = (5, 0, 0)$, Ответ: $L^* = \frac{34}{5}, x^* = (\frac{9}{5}, \frac{16}{5})$,

$$u^* = (0, 1).$$

$$u^* = (0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}).$$

2.8. Проверить вектор на оптимальность

(во всех заданиях $x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$)

$$1. L = x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 1$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 \leq -1$$

$$\bar{x} = (2, 0, 1)$$

Ответ: вектор не оптимален

$$2. L = 2x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$$x_1 - x_2 - x_3 \leq 1$$

$$\bar{x} = (1, 1, 0)$$

Ответ: вектор оптимален

$$3. L = x_1 + 8x_2 + 10x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + 4x_3 = 2$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 = 0$$

$$\bar{x} = (1, 1, 0)$$

Ответ: вектор оптимален

$$4. L = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 5x_3 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

$$\bar{x} = (5, 0, 1)$$

Ответ: вектор не оптимален

5. $L = x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$4x_1 + 11x_2 + 3x_3 = 7$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

$$\bar{x} = (1, 0, 1)$$

Ответ : вектор не оптимален

6. $L = x_1 + 2x_2 - 5x_3 \rightarrow \max$

$$x_1 - 3x_2 + 11x_3 = -9$$

$$3x_1 - x_2 + 9x_3 = 5$$

$$\bar{x} = (3, 4, 0)$$

Ответ : вектор оптимален

7. $L = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 1$$

$$x_2 - x_3 \geq 1$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 1$$

$$\bar{x} = (2, 1, 0)$$

Ответ : вектор не оптимален

8. $L = x_1 + 2x_3 + x_5 \rightarrow \min$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5$$

$$x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 2$$

$$x_3 - x_4 + x_5 = 1$$

$$\bar{x} = (0, 3, 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2})$$

Ответ : вектор оптимален

9. $L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$x_1 + 17x_2 - 12x_3 = 1$$

$$x_1 - x_2 + 6x_3 = 1$$

$$\bar{x} = (1, 0, 0)$$

Ответ : вектор оптимален

10. $L = x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 \rightarrow \max$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1$$

$$\bar{x} = (1, 0, 0, 0)$$

Ответ : вектор не оптимален

11. $L = 2x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \max$

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0$$

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 2$$

$$\bar{x} = (1, -1, -1)$$

Ответ : вектор оптимален

12. $L = 2x_1 - x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$

$$3x_1 + 3x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1 - x_2 - x_3 \leq 1$$

$$\bar{x} = (1, 0, 1)$$

Ответ : вектор не оптимален

13. $L = x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$4x_1 + 11x_2 + 3x_3 = 9$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

$$\bar{x} = (1, 0, 1)$$

Ответ : вектор не оптимален

14. $L = x_1 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 3$$

$$\bar{x} = (1, 0, 1)$$

Ответ : вектор не оптимален

$$15. L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1 + 3x_3 \leq 1$$

$$\bar{x} = (1, 2, 0)$$

$$16. L = 2x_1 + x_2 + 2x_4 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 5$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_4 \leq 4$$

$$x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 3$$

$$\bar{x} = (1, 0, 2, 1)$$

Ответ : вектор не оптимален Ответ : вектор не оптимален

$$17. L = 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$$

$$3x_1 - 3x_2 - x_3 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 7$$

$$8x_1 - x_2 + x_3 \leq 12$$

$$\bar{x} = (1, 2, 3)$$

$$18. L = x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 3$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 5$$

$$\bar{x} = (1, 2, 3, 0, 0)$$

Ответ : вектор не оптимален Ответ : вектор не оптимален

$$19. L = 2x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 2$$

$$4x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 1$$

$$\bar{x} = (1, 2, 1)$$

$$20. L = x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 \rightarrow \max$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \leq 1$$

$$2x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 \leq 1$$

$$\bar{x} = (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)$$

Ответ : вектор не оптимален Ответ : вектор не оптимален

$$21. L = 2x_1 + x_2 - 2x_3 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 2x_2 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 2$$

$$\bar{x} = (1, 0, 3)$$

$$22. L = 12x_1 + 5x_2 + 3x_3 \rightarrow \min$$

$$4x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 40$$

$$4x_1 + 9x_3 + 12x_4 \geq 40$$

$$\bar{x} = (3, 3, 0, 1)$$

Ответ : вектор не оптимален Ответ : вектор не оптимален

$$23. L = x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 1$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 \leq -1$$

$$\bar{x} = (2, 0, 1)$$

$$24. L = x_1 + 2x_2 - 5x_3 \rightarrow \max$$

$$3x_1 - x_2 + 9x_3 = 5$$

$$x_1 - 3x_2 + 11x_3 = -9$$

$$\bar{x} = (3, 4, 0)$$

Ответ : вектор не оптимален Ответ : вектор оптимален

$$25. L = 2x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \max \quad 26. L = 2x_1 - x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0 \quad 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 \quad x_1 - x_2 - x_3 \leq 1$$

$$\bar{x} = (1, -1, -1) \quad \bar{x} = (1, 0, 1)$$

Ответ: вектор не оптимален Ответ: вектор не оптимален

$$27. L = 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \max \quad 28. L = 2x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$3x_1 - 2x_2 \leq 3 \quad x_1 + x_2 - x_3 \geq 1$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5 \quad 4x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 1$$

$$\bar{x} = (1, 3) \quad \bar{x} = (1, 2, 1)$$

Ответ: вектор не оптимален Ответ: вектор не оптимален

$$29. L = 2x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max \quad 30. L = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 = 3 \quad x_1 + 17x_2 - 12x_3 = 1$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \quad x_1 - x_2 + 6x_3 = 1$$

$$\bar{x} = (1, 1, 0) \quad \bar{x} = (1, 0, 0)$$

Ответ: вектор оптимален Ответ: вектор оптимален

9. Решить задачу ЦЛП методом Гомори

(во всех заданиях $x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$)

$$1. L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$-2x_1 + 2x_2 \leq 3$$

Ответ: $L^ = 3, x^* = (1, 2)$*

$$2. L = -x_1 - 4x_2 \rightarrow \min$$

$$3x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$4x_2 + x_4 = 10$$

Ответ: $L^ = -9, x^* = (1, 2, 1, 2)$*

$$3. L = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_4 = 6$$

Ответ: $L^ = 5, x^* = (1, 1, 1, 1)$*

$$4. L = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 4x_2 + x_3 = 10$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_4 = 8$$

Ответ: $L^ = 11, x^* = (1, 2, 1, 1)$*

5. $L = -2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$

$$x_1 + x_3 \geq -1$$

$$2x_1 - x_3 \geq -7$$

$$x_1 - 2x_2 \geq -3$$

Ответ : $L^* = 6, x^* = (1, 2, 0)$

6. $L = 4x_1 + 5x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 11$$

$$3x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 13$$

Ответ : $L^* = 19, x^* = (2, 2, 1)$

7. $L = 5x_1 - 2x_2 + 6x_3 \rightarrow \max$

$$2x_1 + 3x_2 \geq -3$$

$$2x_1 + 7x_2 + 2x_3 \leq 12$$

Ответ : $L^* = 19, x^* = (2, 2, 1)$

8. $L = -x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 5$$

$$-2x_1 + 2x_2 \leq 3$$

Ответ : $L^* = 3, x^* = (1, 2)$

9. $L = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

$$-1/2x_1 + x_2 \leq 1$$

Ответ : $L^* = 4, x^* = (2, 1)$

10. $L = -3x_1 - 4x_2 \rightarrow \min$

$$x_1 + 4x_2 + x_3 = 10$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_4 = 8$$

Ответ : $L^* = -11, x^* = (1, 2, 1, 1)$

11. $L = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

$$3x_1 + x_2 + x_4 = 3$$

Ответ : $L^* = 10, x^* = (0, 2, 1, 1)$

12. $L = x_1 + x_2 \rightarrow \min$

$$x_1 - \frac{1}{2}x_2 + x_3 = 1$$

$$-\frac{1}{4}x_1 - \frac{3}{4}x_2 + x_3 = -\frac{1}{8}$$

Ответ : целочисленных решений нет

13. $L = -x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 4$$

$$-5x_1 + x_2 \leq 6$$

Ответ : $L^* = -2, x^* = (2, 0, 16, 5)$.

14. $L = 5 - x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$

$$5x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$x_2 - x_3 + 4x_4 = 19$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_5 = 4$$

Ответ : $L^* = 1, x^* = (0, 2, 3, 5, 0)$

$$15. L = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad 16. L = -3x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 \leq 9$$

$$3x_1 - 2x_2 \leq 3$$

$$3x_1 - x_2 + x_3 = 10$$

$$-5x_1 - 4x_2 \leq -10$$

$$2x_1 - 3x_2 \geq -5$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

Ответ: $L^* = 16, x^* = (4, 4, 2)$ Ответ: $L^* = -1, x^* = (1, 2)$

$$17. L = 2x_1 - 5x_2 \rightarrow \max$$

$$18. L = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 - \frac{1}{2}x_2 + x_3 = 1$$

$$3x_1 + x_2 + x_4 = 3$$

$$-\frac{1}{4}x_1 - \frac{3}{4}x_2 + x_3 = -\frac{1}{8}$$

Ответ: $L^* = 10, x^* = (0, 2, 1, 1)$

Ответ: Решений нет

$$19. L = \frac{11}{2}x_2 + 10x_3 - \frac{7}{2} \rightarrow \max$$

$$20. L = -x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$x_2 + x_3 \leq 12$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 15$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 - x_2 \leq 6$$

$$\frac{1}{3}x_2 + \frac{3}{2}x_3 + x_4 = \frac{15}{4}$$

$$6x_1 - 10x_2 \geq -35$$

Ответ: $L^* = -7, x^* = (4, 3)$

Ответ: Решений нет

$$21. L = -x_1 - x_2 \rightarrow \min \quad 22. L = -2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$-x_1 - x_3 = 1$$

$$-2x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$-2x_1 + x_3 \leq 7$$

$$x_2 \geq 2$$

$$-x_1 + 2x_2 \geq 3$$

Ответ: $L^* = 1, x^* = (4, 1)$ Ответ: $L^* = 6, x^* = (1, 2, 0)$

$$23. L = x_1 + 2x_2 - 5 \rightarrow \max$$

$$24. L = -3x_1 - 4x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 + 4x_2 + x_3 = 10$$

$$-\frac{1}{2}x_1 + 2x_2 \leq 1$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_4 = 8$$

Ответ: $L^* = 1, x^* = (4, 1)$

Ответ: $L^* = -11, x^* = (1, 2, 1, 1)$

25. $L = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$
 $x_1 + x_2 \leq 3$
 $-\frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 1$

Ответ: $L^* = 4, x^* = (2,1)$

26. $L = -x_1 - x_2 + 1 \rightarrow \min$
 $2x_1 - x_2 \leq 2$
 $-x_1 + 3x_2 \leq 1$

Ответ: $L^* = 0, x^* = (1,0)$

27. $L = 3x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$
 $3x_1 + 3x_2 \leq 9$
 $-\frac{3}{2}x_1 + 3x_2 \leq 3$

Ответ: $L^* = 12, x^* = (2,1)$

28. $L = x_1 + x_2 \rightarrow \min$
 $x_1 - 2x_3 + x_4 = 2$
 $x_2 - x_3 + 2x_4 = 1$

Ответ: $L^* = 3, x^* = (3,0,1,1)$

29. $L = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + x_2 \leq 3$
 $-x_1 + x_2 \leq \frac{1}{4}$

Ответ: Решений нет

30. $L = -x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$
 $2x_1 + x_2 + x_3 = 5$
 $2x_1 + 3x_2 + x_4 = 2$

Ответ: $L^* = -1, x^* = (1,0,3,0)$

2.10. Решить транспортную задачу методом потенциалов

1.

12	6	29	19	21	13
14	3	30	10	10	27
15	27	28	11	24	16
1	23	26	15	13	14
14	14	14	14	14	

$L^* = 757$

3.

5	3	24	10	25	24
30	2	22	16	7	15
30	24	27	29	10	16
15	17	21	2	3	24
12	13	15	15	24	

$L^* = 640$

5.

25	28	20	15	7	16
27	5	11	23	10	12
1	25	14	16	16	14
8	6	4	16	18	18
7	8	4	11	30	

$L^* = 511$

2.

4	21	12	8	1	21
20	8	25	15	23	21
17	1	11	5	3	23
23	10	24	6	5	23
22	22	22	11	11	

$L^* = 638$

4.

21	19	11	12	12	24
26	29	14	1	26	12
39	1	22	8	25	18
53	20	40	26	28	16
11	13	26	10	10	

$L^* = 1045$

6.

14	25	18	19	23	33
2	17	16	24	2	25
29	3	7	15	22	25
5	20	17	23	10	17
33	11	11	11	34	

$L^* = 837$

7.

8	1	19	1	15	18
8	27	30	7	7	23
10	20	19	26	20	17
18	28	25	7	22	22
21	21	9	9	20	

$$L^* = 742$$

9.

11	10	15	8	7	16
12	14	29	20	20	15
18	7	5	25	27	24
24	4	30	24	26	15
15	15	15	15	10	

$$L^* = 658$$

11.

3	18	22	7	1	35
15	2	24	20	4	40
27	3	7	5	11	15
12	28	8	30	31	25
32	28	14	16	25	

$$L^* = 506$$

13.

6	1	8	14	5	10
19	27	3	8	18	4
9	2	4	6	5	12
11	6	9	12	29	8
6	9	5	5	9	

$$L^* = 176$$

15.

1	3	3	1	2	10
10	4	8	3	11	20
20	6	9	1	8	30
4	20	10	17	6	40
15	25	10	20	30	

$$L^* = 410$$

17.

5	1	8	13	3	15
4	8	1	2	6	8
10	20	24	15	16	21
18	17	12	7	6	19
11	9	10	13	20	

$$L^* = 422$$

19.

17	10	21	11	8	24
24	13	10	10	19	20
9	12	27	16	20	11
9	4	4	10	11	11
21	12	10	14	9	

8.

6	6	5	7	17	16
15	8	9	6	23	10
3	14	19	4	20	24
16	13	11	12	2	60
29	5	35	31	10	

$$L^* = 813$$

10.

0	11	2	4	6	15
1	8	7	5	13	9
14	6	9	3	5	11
10	14	16	15	17	25
10	5	4	21	20	

$$L^* = 490$$

12.

5	13	1	2	6	40
28	3	30	12	30	35
1	8	22	20	27	25
4	17	15	24	19	10
20	12	18	50	10	

$$L^* = 669$$

14.

3	2	22	5	13	23
15	1	21	8	4	20
15	12	24	25	5	26
8	9	20	1	2	16
15	10	18	30	12	

$$L^* = 639$$

16.

29	1	2	1	19	30
28	31	8	30	10	10
15	4	10	20	21	45
25	28	16	5	22	15
10	15	35	30	20	

$$L^* = 800$$

18.

8	6	10	20	3	15
7	1	8	11	9	15
3	4	5	17	21	15
8	9	14	23	16	10
13	27	5	7	3	

$$L^* = 308$$

20.

3	5	30	18	22	16
13	4	29	11	9	10
14	28	27	12	23	24
2	22	27	14	14	60
29	5	35	31	10	

$$L^* = 618$$

21.

7	2	3	11	20	20
4	8	13	15	6	20
3	7	10	20	31	20
13	14	8	10	11	22
22	10	16	14	20	

$$L^* = 436$$

23.

7	15	6	19	17	6
14	8	17	3	9	26
5	13	11	4	22	20
27	28	1	20	5	23
12	30	18	10	15	

$$L^* = 515$$

25.

2	4	1	3	6	35
7	9	8	11	7	10
4	1	2	5	6	18
5	3	9	7	8	17
15	3	30	12	20	

$$L^* = 285$$

27.

6	6	3	7	17	16
15	8	9	6	23	10
3	14	19	4	20	24
16	13	11	12	2	60
29	5	35	31	10	

$$L^* = 796$$

29.

1	19	4	15	6	19
22	8	14	3	21	21
5	30	11	12	7	8
6	17	24	23	9	15
20	13	10	9	11	

$$L^* = 338$$

$$L^* = 1515$$

22.

2	4	3	8	1	24
19	18	10	7	5	16
14	12	20	6	11	15
13	7	17	16	21	24
24	15	15	13	12	

$$L^* = 487$$

24.

3	1	2	4	3	10
1	2	4	5	6	5
7	9	12	3	5	5
10	12	8	11	10	10
10	5	5	5	5	

$$L^* = 130$$

26.

5	3	8	49	32	80
28	4	14	27	7	10
81	15	16	10	25	40
30	9	20	64	2	20
15	70	17	5	43	

$$L^* = 1102$$

28.

12	6	28	19	21	14
14	3	30	10	10	16
15	27	28	11	24	27
1	23	26	15	13	13
14	14	14	14	14	

$$L^* = 789$$

30.

10	2	4	1	11	3
3	12	13	2	8	16
1	8	3	4	7	7
2	7	5	3	20	13
4	14	5	14	2	

$$L^* = 148$$

Домашняя работа

призвана систематизировать знания, позволяет повторить и закрепить материал. Студент выполняет вариант индивидуальной домашней работы, номер которого совпадает с номером его фамилии в аудиторном журнале. Домашние задания выполняются в соответствии с графиком изучения дисциплины и сдаются на проверку преподавателю.

Критерии оценки домашней работы:

ДР выполнена полностью, задачи выполнены правильно, аккуратно -10 баллов.

ДР выполнена полностью, ход решения заданий верен, имеются неточности в вычислениях и построениях – 8-9 баллов.

ДР выполнена не полностью, ход решения заданий верен, имеются неточности в вычисления и построениях – 5-7 баллов.

ДР выполнена не полностью, ход решения заданий не верен, имеются неточности в вычисления и построениях – 3-4 балла.

ДР выполнена не полностью, ход решения заданий не верен, имеются неточности в вычисления и построениях, сдана не в предусмотренные сроки – 1-2 балла.

-ДР не выполнена – 0 баллов.

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Тестовый материал

1. Целевая функция задач линейного программирования представляет собой

- a) линейную функцию, у которой есть экстремумы;
- b) квадратичную функцию, у которой есть экстремумы;
- c) любую функцию, у которой есть экстремумы;
- d) функцию, экстремумы которой необходимо найти;

2. Целевая функция ЗЛП задана на максимум, тогда двойственная ей задача:

- a) не имеет решений;
- b) имеет бесконечно много решений;
- c) задана на минимум;
- d) так же задана на максимум;

3. Математическая ЗЛП имеет вид:

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2) &= 2x_1 + 7x_2 \rightarrow \max, \\ -2x_1 + 3x_2 &\leq 14, \\ x_1 + x_2 &\leq 8, \\ x_1 \geq 0, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

4. Двойственной для этой задачи будет:

a) $F^*(y_1, y_2) = 14y_1 + 8y_2 \rightarrow \min,$
 $-2y_1 + y_2 \geq 2,$
 $3y_1 + y_2 \geq 7,$
 $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0.$

b) $F^*(y_1, y_2) = 2y_1 + 7y_2 \rightarrow \min,$
 $-2y_1 + 3y_2 \geq 14,$
 $y_1 + y_2 \geq 8,$
 $y_1 \leq 0, y_2 \leq 0.$

c) $F^*(y_1, y_2) = 2y_1 + 7y_2 \rightarrow \min,$
 $-2y_1 + y_2 \geq 2,$
 $3y_1 + y_2 \geq 7,$
 $y_1 \leq 0, y_2 \leq 0.$

d) $F^*(y_1, y_2) = 14y_1 + 8y_2 \rightarrow \min,$
 $-2y_1 + 3y_2 \geq 2,$
 $y_1 + y_2 \geq 7,$
 $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0.$

5. При каком значении В данная транспортная задача является задачей закрытого типа:

	10	5	10	В
5	1	2	3	4
20	1	2	4	5
25	7	6	4	3

- a) 15
- b) 25
- c) 30

d) при любом значении В

6. Суть метода северо-западного угла заключается в том, что:

- a) после вычеркивания первого столбца северо-западным элементом будет являться элемент x_{21}
- б) Заполнение опорного плана начинается с клетки x_{11}
- с) Заполнение опорного плана начинается с клетки имеющей минимальный тариф
- d) Заполнение опорного плана начинается с клетки имеющей максимальный тариф

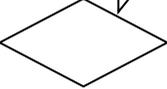
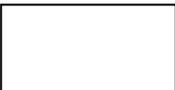
7. Целевой функцией ЗЛП может являться функция:

- a) $F=5x_1+3x_2+x_3 \rightarrow \min$
- б) $F=\sqrt{3x_1^2+4x_2^2} \rightarrow \min$
- с) $F=5x_1^2-5x_2 \rightarrow \max$.
- d) $F=4x_2+\sqrt{3x_1} \rightarrow \max$

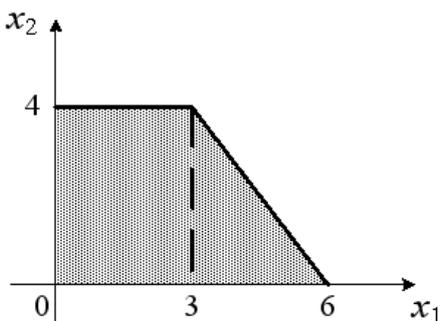
8. Системой ограничений ЗЛП может являться система:

- a)
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 3, \\ 2x_1 + x_2 \leq 0. \end{cases}$$
- б)
$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \geq 3, \\ x_1 - x_2 \leq 2. \end{cases}$$
- с)
$$\begin{cases} \sqrt{x_1} + 5x_2 = 4, \\ x_1 + x_2^2 \leq 6. \end{cases}$$
- d)
$$\begin{cases} x_2^3 - 2x_1 = 4, \\ x_1^2 - x_2^2 \geq 4. \end{cases}$$

9. Область допустимых решений ЗЛП не может иметь вид:

- a) 
- б) 
- с) 
- d) 

10. Область допустимых решений ЗЛП представлена на рисунке:



11. Максимальное значение функции $F(x_1, x_2) = x_1 + 5x_2$ равно...

- a) 23
- б) 20
- с) 27
- d) 6

12. Для разрешимости транспортной задачи необходимо и достаточно, чтобы она была сбалансированной.

- a) Верно
- b) неверно

13. При решении ЗЛП получена симплекс-таблица,

Исходя из данной симплекс-таблицы, опорным является план:

B	x_1	x_2	x_4	b
x_5	-3	5	3	3
x_3	2	4	-3	8
x_6	2	5	4	6
x_7	4	2	1	2
f	-3	4	-5	15

$$X = (0, 0, 8, 0, 3, 2, 6).$$

$$X = (0, 0, 3, 8, 0, 6, 2).$$

$$X = (0, 0, 3, 0, 8, 6, 2).$$

$$X = (0, 0, 8, 0, 3, 6, 2).$$

1. При решении ЗЛП получена симплекс-таблица,

B	x_1	x_2	x_4	b
x_5	-3	3	3	3
x_3	2	-1	-3	8
x_6	2	5	2	6
x_7	1	2	1	2
f	-3	4	-5	15

Если ввести в базис переменную x_4 , то из базиса будет выведена переменная

- a) x_7
- b) x_6 .
- c) x_3 .
- d) x_5 .

2. Математическая модель ЗЛП имеет вид:

$$\begin{aligned}
 F(x_1, x_2) &= 6x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \\
 0,1x_1 + 0,4x_2 &\leq 1,8, \\
 0,2x_1 + 0,1x_2 &\leq 1,2, \\
 0,5x_1 + 0,3x_2 &\leq 2,4, \\
 x_1 \geq 0, x_2 &\geq 0.
 \end{aligned}$$

Этой задаче эквивалентна задача:

- a) $F(x_1, x_2) = 6x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$
 $x_1 + 4x_2 \leq 18,$

$$2x_1 + 1x_2 \leq 12,$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 24,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$\text{b) } F(x_1, x_2) = 6x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 18,$$

$$2x_1 + 1x_2 \leq 12,$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 24,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$\text{c) } F(x_1, x_2) = 60x_1 + 40x_2 \rightarrow \max$$

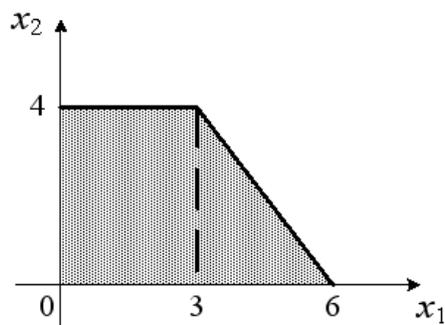
$$x_1 + 4x_2 \leq 18,$$

$$2x_1 + 1x_2 \leq 12,$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 24,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

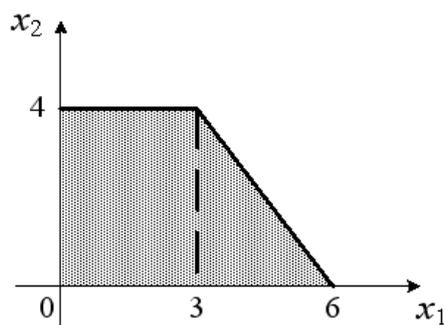
3. Область допустимых решений ЗЛП имеет вид:



Тогда максимальное значение функции $F(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2$ равно...

- a) 18
- b) 6
- c) 15
- d) 27

4. Область допустимых решений ЗЛП представлена на рисунке:



Максимальное значение функции $F(x_1, x_2) = 2x_1 + 2x_2$ равно...

- b) 12
- c) 14
- d) 16
- e) 20

18. Максимальное значение целевой функции $F(x_1, x_2) = 5x_1 + 2x_2$ при ограничениях: $x_1 + x_2 \leq 6, x_1 \leq 4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$, равно ...

- a) 24
- b) 18
- c) 26
- d) 12

19. Предприятие реализует изделия двух видов. На изготовление изделия вида А расходуется 2 кг сырья, на изготовление изделия В – 1 кг сырья. Всего имеется 50 кг сырья. Необходимо составить план производства, обеспечивающий получение максимальной прибыли, если стоимость реализации одного изделия вида А составляет 4 д.е., вида В - 2 у.е., при этом изделий вида А требуется изготовить не более 30, а вида В – не более 20.

Целевой функцией данной задачи является функция ...

- a) $F(x_1, x_2) = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$
- b) $F(x_1, x_2) = 30x_1 + 30x_2 \rightarrow \max$
- c) $F(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$
- d) $F(x_1, x_2) = 60 - 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$

20. На базе А₁ имеется 100 единиц товара, на базе А₂ - 170 единиц товара. С баз, весь товар нужно перевезти в три магазина в количестве 100, 30 и 140 единиц соответственно. Известна матрица тарифов. Необходимо спланировать перевозки так, чтобы их стоимость была минимальной.

Данная задача является ...

- a) транспортной задачей
- b) задачей динамического программирования
- c) задачей коммивояжера
- d) задачей о назначениях

21. В пунктах А₁ и А₂ имеется соответственно 60 и 160 единиц товара. Весь товар нужно перевезти в три пункта в количестве 80, 70 и 70 единиц соответственно. Матрица тарифов имеет вид:

$C = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 \\ 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}$. Опорным планом данной задачи является план:

- a) $X = \begin{pmatrix} 60 & 0 & 0 \\ 20 & 70 & 70 \end{pmatrix}$;
- b) $X = \begin{pmatrix} 40 & 20 & 0 \\ 40 & 50 & 70 \end{pmatrix}$
- c) $X = \begin{pmatrix} 20 & 20 & 20 \\ 60 & 50 & 50 \end{pmatrix}$
- d) $X = \begin{pmatrix} 30 & 20 & 10 \\ 50 & 50 & 60 \end{pmatrix}$

22. На базах А₁ и А₂ имеется соответственно 120 и 160 единиц товара. Весь товар нужно перевезти трем потребителям в количестве 80, 70 и 70 единиц соответственно. Известна матрица тарифов:

$C = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 8 \\ 5 & 1 & 7 \end{pmatrix}$.

Целевая функция имеет вид:

- a) $F = x_{11} + 6x_{12} + 8x_{13} + 5x_{21} + x_{22} + 7x_{23} \rightarrow \min$
- b) $F = x_{11}^4 + x_{12}^6 + x_{12}^8 + x_{21}^5 + x_{22}^8 + x_{23}^7 \rightarrow \min$
- c) $F = 80x_1 + 70x_2 + 70x_3 - 120 - 160 \rightarrow \min$
- d) $F = 120x_1 + 160x_2 - 80x_3 - 70x_4 - 70x_5 \rightarrow \min$

24. Найти значения а и b при которых транспортная задача является закрытой

	30	100+b
20	3	9
30+a	4	1
100	6	8

- a) $a=60, b=80$
- b) $a=60, b=85$
- c) $a=60, b=70$
- d) $a=60, b=75$

25. Данная транспортная задача является...

	30	100
20	3	9
30	4	1
100	6	8

- a) открытой
- b) закрытой
- c) невозможно определить
- d) это не транспортная задача

27. Для решения следующей транспортной задачи

	50	90
40	4	9
30	5	1
70	6	8

необходимо ввести...

- a) фиктивного поставщика;
- b) фиктивного потребителя.
- c) ничего не нужно вводить;
- d) фиктивного поставщика и фиктивного потребителя.

29. Среди данных транспортных задач закрытыми являются...

1.

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	22	34	41	20
30	10	7	6	8
48	5	6	5	4
38	8	7	6	7

2.

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	25	30	41	20
30	10	7	6	8
48	5	6	5	4
38	8	7	6	7

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	26	34	41	20
31	10	7	6	8
48	5	6	5	4
39	8	7	6	7

3.

4.

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	26	34	41	20
31	10	7	6	8
48	5	6	5	4
39	8	7	6	7

- a) 1 и 3
- b) 2
- c) 2 и 3
- d) 1

30. Первоначальный опорный план транспортной задачи можно составить методом двойного предпочтения

- a) Верно
- b) Неверно

31. Первоначальный опорный план транспортной задачи можно составить используя метод потенциалов

- a) Верно
- b) Неверно

31. Если ЗЛП имеет оптимальный план, то двойственная ей задача

- a) То же имеет оптимальный план;
- b) не имеет оптимального плана;
- c) не имеет допустимых решений;
- d) не возможно определить;

32. Если ЗЛП имеет оптимальный план, то двойственная ей задача так же имеет оптимальный план, но значения целевых функций при их оптимальных планах не равны между собой.

- a) Верно
- b) Неверно

33. Если целевая функция одной из пары двойственных задач не ограничена (для задачи на максимум – сверху, для задачи на минимум - снизу), то

- a) Целевая функция другой задачи также не ограничена
- b) Вторая задача не имеет допустимых планов
- c) Вторая задача имеет допустимые планы, но не имеет оптимального плана

34. Для решения транспортной задачи применяется...

- a) метод двойного предпочтения
- b) метод потенциалов
- c) метод северо-западного угла
- d) метод Гаусса

35. В системе ограничений стандартной задачи линейного программирования могут присутствовать и уравнения, и неравенства

- a) верно
- b) неверно

36. В системе ограничений канонической задачи линейного программирования могут присутствовать и уравнения, и неравенства

43. Метод построения начального опорного плана, при котором первой выбирается клетка с наименьшей стоимостью, называется:

- a) методом северо-западного угла
- b) методом минимального элемента
- c) метод потенциалов
- d) метод двойного предпочтения

44. Модель транспортной задачи – это:

- a) модель сетевого планирования
- b) модель динамического программирования
- c) модель задачи линейного программирования
- d) нет правильного ответа

45. При определении опорного плана транспортной задачи методом Фогеля находят:

- a) разность по всем столбцам и по всем строкам между двумя записанными в них минимальными тарифами
- b) разность по всем столбцам между двумя записанными в них минимальными тарифами
- c) разность по всем строкам между двумя записанными в них минимальными тарифами

46. Выберите лишний метод из перечисленных:

- a. Метод «северо-западного угла»
- b. Метод Фогеля
- c. Метод потенциалов
- d. Метод минимального тарифа

47. Транспортная задача имеет решение, если:

- a) суммарный запас груза всех поставщиков превышает суммарный спрос потребителей
- b) суммарный запас груза всех поставщиков равен суммарному спросу всех потребителей
- c) суммарный запас груза всех поставщиков меньше суммарного спроса потребителей

48. При решении транспортной задачи требуется составить план перевозки продукции от поставщиков потребителям,

- a) максимизирующий суммарную стоимость перевозок
- b) минимизирующий суммарную стоимость перевозок
- c) максимизирующий количество перевозимого груза
- d) минимизирующий количество перевозимого груза

50. Для решения открытой транспортной задачи необходимо:

- a) составить опорный план любым из методов
- b) преобразовать данную задачу в закрытую введя фиктивную переменную
- c) условие разрешимости не выполнено, такую задачу решить нельзя
- d) условие разрешимости выполнено, эта задача имеет решение

51. Система ограничений в закрытой модели транспортной задачи содержит уравнения и неравенства;

- a) верно
- b) неверно

52. Система ограничений транспортной задачи является

- a) линейной
- b) квадратической
- c) кубической
- d) любой

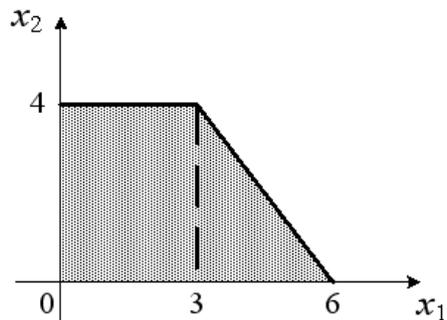
53. Модель транспортной задачи называют закрытой, если суммарный объем груза, имеющегося у поставщиков, равен суммарному спросу потребителей.

- a) верно
- b) неверно

54. Какая из данных задач представлена в канонической форме:

- a. $F(x_1, x_2) = 2x_1 + 7x_2 \rightarrow \max,$
 $x_1 + x_2 = 14,$
 $x_1 + 2x_2 = 8,$
 $2x_1 + x_2 = 10,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
- b. $F(x_1, x_2) = 3x_1 + 7x_2 \rightarrow \min,$
 $-x_1 + x_2 \geq 14,$
 $x_1 + 2x_2 = 8,$
 $2x_1 + x_2 = 10,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
- c. $F(x_1, x_2) = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \min,$
 $-x_1 + x_2 = 14,$
 $x_1 + 2x_2 = 8,$
 $2x_1 + x_2 \geq 10,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
- d. $F(x_1, x_2) = 4x_1 + 7x_2 \rightarrow \max,$
 $x_1 + x_2 \leq 14,$
 $x_1 + 2x_2 \leq 8,$
 $2x_1 + x_2 \leq 10,$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$

1. Область допустимых решений ЗЛП представлена на рисунке:



Тогда минимальное значение функции $F(x_1, x_2) = 2x_1 - 2x_2$ равно...

- a) -8
- b) -12
- c) 2
- d) 0

26. Транспортная задача

	250	100
20	1	9
30	4	3
300	7	8

является...

- a) закрытой
- b) это не транспортная задача
- c) открытой
- d) невозможно определить

28. Для решения следующей транспортной задачи

	40	140
20	3	9

30	4	1
80	6	8

необходимо ввести...

- a) фиктивного поставщика;
- b) фиктивного потребителя.
- c) ничего не нужно вводить;
- d) фиктивного поставщика и фиктивного потребителя.

При нахождении потенциалов для невырожденного плана перевозок система уравнений транспортной задачи обладает следующим свойством:

- a) число уравнений равно числу переменных;
- b) число уравнений может быть любым
- c) число уравнений больше числа переменных;
- d) число уравнений меньше числа переменных

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы количество базисных клеток было равно:

- a) $n+m$
- b) $n+m+1$
- c) $n+m-1$
- d) любому числу

При вычислении потенциалов система уравнений определяется по правилу:

- a) для каждой небазисной клетки сумма потенциалов равна стоимости перевозки;
- b) для каждой базисной клетки сумма потенциалов равна стоимости перевозки;
- c) для каждой небазисной клетки произведение потенциалов равно стоимости перевозки;
- d) для каждой базисной клетки произведение потенциалов равно стоимости перевозки;

При нахождении потенциалов полученная система уравнений имеет одно решение

- c) верно
- d) неверно

Шкала оценивания:

Процент выполненных тестовых заданий	Количество набранных баллов
91% - 100%	Отлично 20 баллов
81% - 90%	Отлично 18-19 баллов
71% - 80%	Хорошо 17-18 баллов
61% - 70%	Удовлетворительно 12-16 баллов
51% - 60%	Удовлетворительно 10-11 баллов
<50%	Неудовлетворительно 0 баллов

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Расчетно-графическая работа

РГР выполняется в соответствии с вариантом. Вариант студент выбирает согласно номеру в аудиторном журнале. Требования к РГР: соответствие теме, полное раскрытие теоретического вопроса, правильность решения задач, соответствие работы правилам оформления, предъявляемых к работам такого вида, соответствие литературным нормам (правильность). За несоблюдение правил количество баллов снижается.

Задание 1. Решить задачу линейного программирования с помощью симплекс-метода

Варианты заданий

- | | | | |
|----|--|-----|--|
| 1. | $\begin{cases} f(x) = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 7 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$ | 6. | $\begin{cases} f(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ 3x_1 + x_2 \geq 4 \\ 4x_1 + x_2 \leq 24 \\ x_1 + 4x_2 \leq 24 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$ |
| 2. | $\begin{cases} f(x) = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 3x_2 \geq 7 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ 6x_1 + 10x_2 \leq 78 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$ | 7. | $\begin{cases} f(x) = x_1 - 4x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_2 \leq 6 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$ |
| 3. | $\begin{cases} f(x) = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ x_1 - 3x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 5 \\ x_2 \leq 8 \\ 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$ | 8. | $\begin{cases} f(x) = -x_1 + x_2 \rightarrow \min \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ -2x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 20 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$ |
| 4. | $\begin{cases} f(x) = -x_1 - 4x_2 \rightarrow \min \\ x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ 5x_1 + x_2 \geq 11 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 23 \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 55 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$ | 9. | $\begin{cases} f(x) = -2x_1 - x_2 \rightarrow \min \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ x_1 \leq 7 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 24 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$ |
| 5. | $\begin{cases} f(x) = x_1 - 8x_2 \rightarrow \min \\ 2x_1 + x_2 \geq 5 \\ x_1 + 4x_2 \geq 6 \\ 2x_1 - x_2 \leq 16 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 32 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$ | 10. | $\begin{cases} f(x) = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ -2x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 10 \\ x_1 + 3x_2 \leq 100 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$ |

Задание 2. Решить задачу на безусловный экстремум градиентным методом.

Варианты заданий

№ вар.	Функция	Нач. приближение
1	$F(x_1, x_2) = 100 \cdot (x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$	(-1, -2)
2	$F(x_1, \dots, x_4) = (x_1 + 10 \cdot x_2)^2 + 5 \cdot (x_3 - x_4)^2 + 10 \cdot (x_1 - x_4)^4$	(3, 4, 2, 1)
3	$F(x_1, x_2) = 20 + (x_1^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x_1)) + (x_2^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x_2))$	(-4, -5)
4	$F(x_1, \dots, x_5) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2$	(3, 4, 1, 2, -9)
5	$F(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2 + 10)^2 + (x_1 + x_2^2 - 122)^2$	(-10, -1)
6	$F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i=1}^3 (x_i - i)^2$	(9, 3, -9)
7	$F(x_1, x_2) = x_1^4 + x_2^4 + 2 \cdot x_1^2 \cdot x_2^2 - 4 \cdot x_1 + 3$	(-7, 10)
8	$F(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2$	(10, 10)
9	$F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i=1}^3 (x_i + 2 \cdot i)^2$	(9, -4, -6)
10	$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum_{i=1}^4 (x_i - 3 \cdot \sqrt{i})^2$	(5, -5, 6, -9)

Задание 3. Решить задачу на условный экстремум (найти минимум функции):

- методом множителей Лагранжа
- штрафным методом
- барьерным методом.

Для численных методов начальное приближение и шаг выбрать самостоятельно.

Варианты заданий

1) $f = 15x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 3x_2^2 + x_1x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 + x_2 \leq 15$ $x_1 + 2x_2 \leq 10$ $x_1, x_2 \geq 0$	2) $f = 15x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 3x_2^2 + x_1x_2 \rightarrow \max$ $6x_1 + 2x_2 \leq 30$ $2x_1 + 4x_2 \leq 20$ $x_1, x_2 \geq 0$
3) $f = -x_1 + 6x_2 - x_1^2 - 3x_2^2 + 3x_1x_2 \rightarrow \max$ $-2x_1 + x_2 \leq 2$ $x_1 + x_2 \leq 3$ $x_1, x_2 \geq 0$	4) $f = -4x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 1,5x_2^2 + 2x_1x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 + 5x_2 \leq 15$ $x_1 - x_2 \leq 1$ $x_1, x_2 \geq 0$
5) $f = 4x_1 + 4x_2 - 3x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 + 6x_2 \leq 18$ $x_1 - 4x_2 \leq 4$ $x_1, x_2 \geq 0$	6) $f = 3x_1 + 10x_2 - 2x_1^2 - 5x_2^2 \rightarrow \max$ $4x_1 - x_2 \geq 8$ $x_1 + x_2 \leq 12$ $x_1, x_2 \geq 0$
7) $f = 4x_1 + 4x_2 - 3x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 + 4x_2 \leq 12$ $x_1 - 2x_2 \leq 2$ $x_1, x_2 \geq 0$	8) $f = 5x_1 + 10x_2 - x_1^2 - x_2^2 + 0,5x_1x_2 \rightarrow \max$ $8 - 2x_2 \geq 0$ $5 - x_1 - x_2 \geq 0$ $x_1, x_2 \geq 0$
9) $f = 4x_1 + 4x_2 - 2x_1^2 - 4x_2^2 + 4x_1x_2 \rightarrow \max$ $-x_1 + x_2 \leq 2$ $2x_1 + x_2 \leq 4$ $x_1, x_2 \geq 0$	10) $f = 30x_1 + 16x_2 - 2x_1^2 - 6x_2^2 + 2x_1x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 + x_2 \leq 15$ $x_1 + 2x_2 \leq 10$ $x_1, x_2 \geq 0$

Критерии оценки РГР

По итогам выполнения работы- максимальный балл-20.

- работа выполнена полностью, правильность выполнения всех заданий – 16 б.
- правильность оформления-2б.
- своевременность предоставления-2 б.