

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Рукович Александр Владимирович

Должность: Директор

Дата подписания: 10.06.2025 11:22:51

Уникальный программный ключ:

f45eb7c44954саас05ea7d4f32eb0d7d6b5cb9baeb09b4bda094aada7b705f

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-ВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.К. АММОСОВА»

Технический институт (филиал) ФГАОУ ВО «СВФУ» в г. Нерюнгри

Кафедра Математики и информатики

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Б1.О.14 Математика

для программы специалитета

по специальности 21.05.04 - Горное дело

Направленность (профиль) программы: Подземная разработка пластовых месторождений

Форма обучения: заочная

Нерюнгри 2025

УТВЕРЖДЕНО на заседании
выпускающей кафедры _____ ГД
«04» февраля 2025 г., протокол № 10
Заведующий кафедрой _____ / _____ Рочев В.Ф.
«04» февраля 2025 г.

УТВЕРЖДЕНО на заседании
обеспечивающей кафедры _____ МиИ
«03» февраля 2025 г., протокол № 6
Заведующий кафедрой _____ / _____ Самохина В.М.
«03» февраля 2025 г.

СОГЛАСОВАНО:

Эксперты¹:

Рочев В.Ф., к.т.н., доцент кафедры ГД, ТИ (ф) СВФУ	_____	_____
Ф.И.О., должность, организация		подпись

Зарипова М.Ю., ст. преподаватель кафедры МиИ, ТИ(ф)СВФУ	_____	_____
Ф.И.О., должность, организация		подпись

СОСТАВИТЕЛЬ (И):

Самохина В.М., к.п.н., доцент кафедры МиИ, ТИ(ф)СВФУ	_____	_____
Ф.И.О., должность, организация		подпись

¹ Эксперт первый: со стороны выпускающей кафедры (или работодатель). Эксперт второй: со стороны обеспечивающей кафедры.

**Паспорт фонда оценочных средств
по дисциплине Математика**

1 семестр

№	Контролируемые разделы (темы)	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Требования к уровню усвоения компетенции	Наименование оценочного средства
1.	Линейная алгебра	УК-1.1 -анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними.	Знать: особенности системного и критического мышления методы постановки и решения задач правила доказательства и опровержения суждений в научной, профессиональной и повседневной практике основы функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики; Уметь: выбирать информационные ресурсы для поиска информации в соответствии с поставленной задачей оценивать соответствие выбранного информационного ресурса критериям полноты и аутентичности систематизировать обнаруженную информацию в соответствии с требованиями и условиями поставленной задачи выявлять системные связи между изучаемыми явлениями, процессами и/или объектами на основе принятой парадигмы находить, критически анализировать и контекстно обрабатывать информацию, необходимую для решения поставленной задачи применять философский и общенаучный понятийный аппараты и методы в профессиональной деятельности применять соответствующий математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач Владеть:	Выполнение заданий на практических занятиях Тестирование РГР Экзамен
2.	Векторная алгебра			
3.	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	ОПК-14.7 -демонстрирует базовые знания в области естественных наук и готовность использовать основные положения и законы математики, физики и химии в профессиональной деятельности, применять их в теоретических и экспериментальных исследованиях		
4.	Предел и непрерывность			
	Комплексные числа			

			методами поиска, критического анализа и синтеза информации методом системного подхода для решения поставленных задач навыками аргументации выводов и суждений, в том числе с применением философского понятийного аппарата навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности с применением методов математики	
--	--	--	--	--

2 семестр

№	Контролируемые разделы (темы)	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Требования к уровню усвоения компетенции	Наименование оценочного средства
5.	Дифференциальное исчисление	УК-1.1 -анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними. ОПК-14.7 -демонстрирует базовые знания в области естественнонаучных дисциплин и готовность использовать основные положения и законы математики, физики и химии в профессиональной деятельности, применять их в теоретических и экспериментальных исследованиях	Знать: особенности системного и критического мышления методы постановки и решения задач правила доказательства и опровержения суждений в научной, профессиональной и повседневной практике основы функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики; Уметь: выбирать информационные ресурсы для поиска информации в соответствии с поставленной задачей оценивать соответствие выбранного информационного ресурса критериям полноты и аутентичности систематизировать обнаруженную информацию в соответствии с требованиями и условиями поставленной задачи выявлять системные связи между изучаемыми явлениями, процессами и/или объектами на основе принятой парадигмы находить, критически анализировать и контекстно обрабатывать информацию, необходимую для решения поставленной задачи	Выполнение заданий на практических занятиях Тестирование РГР Экзамен
6.	Неопределенный интеграл			
7.	Определенный интеграл			

			применять философский и общенаучный понятийный аппараты и методы в профессиональной деятельности применять соответствующий математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач Владеть: методами поиска, критического анализа и синтеза информации методом системного подхода для решения поставленных задач навыками аргументации выводов и суждений, в том числе с применением философского понятийного аппарата навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности с применением методов математики	
--	--	--	--	--

3 семестр

№	Контролируемые разделы (темы)	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Требования к уровню усвоения компетенции	Наименование оценочного средства
8.	Функции многих переменных.	УК-1.1	Знать: особенности системного и критического мышления методы постановки и решения задач правила доказательства и опровержения суждений в научной, профессиональной и повседневной практике основы функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики; Уметь: выбирать информационные ресурсы для поиска информации в соответствии с поставленной задачей оценивать соответствие выбранного информационного	Выполнение заданий на практических занятиях Тестирование РГР Экзамен
9.	Дифференциальные уравнения	-анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними.		
10.	Теория рядов	ОПК-14.7 -демонстрирует базовые знания в области естественнонаучных дисциплин и готовность использовать основные положения и законы математики, физики и химии в профессиональной деятельности, применять их в теоретических и		

		экспериментальных исследований	ресурса критериям полноты и аутентичности систематизировать обнаруженную информацию в соответствии с требованиями и условиями поставленной задачи выявлять системные связи между изучаемыми явлениями, процессами и/или объектами на основе принятой парадигмы находить, критически анализировать и контекстно обрабатывать информацию, необходимую для решения поставленной задачи применять философский и общенаучный понятийный аппараты и методы в профессиональной деятельности применять соответствующий математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач Владеть: методами поиска, критического анализа и синтеза информации методом системного подхода для решения поставленных задач навыками аргументации выводов и суждений, в том числе с применением философского понятийного аппарата навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности с применением методов математики	
--	--	---------------------------------------	--	--

Кафедра Математики и информатики
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Программа экзамена

Экзамен по дисциплине проводится в форме собеседования по экзаменационным билетам. Экзаменационный билет включает один теоретический вопрос и два практических задания.

Вопросы к экзамену:

1 семестр

1. Функция одной переменной. Основные понятия. Поведение функции. Графики элементарных функций.
2. Матрицы. Основные понятия.
3. Определители. Основные понятия. Определители второго, третьего порядка.
4. Методы вычисления определителей n – го порядка.
5. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
6. Системы линейных уравнений. Основные понятия.
7. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
8. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера.
9. Невырожденные матрицы. Обратная матрица.
10. Матричный метод решения невырожденных линейных систем.
11. Операции над многочленами.
12. Корни многочленов. Теорема Безу.
13. Схема Горнера. Кратные корни.
14. Рациональные дроби. Основные понятия.
15. Полярные координаты. Зависимость между прямоугольными и полярными координатами.
16. Вектор. Основные понятия.
17. Скалярное произведение векторов. Свойства.
18. Векторное произведение векторов. Свойства.
19. Смешанное произведение векторов. Свойства.
20. Выражение скалярного произведения векторов через координаты сомножителей.
21. Выражение векторного произведения векторов через координаты сомножителей
22. Выражение смешанного произведения векторов через координаты сомножителей.
23. Уравнение линии на плоскости. Виды уравнений прямой на плоскости.
24. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.
25. Общее уравнение плоскости. Виды уравнений плоскости.
26. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
27. Угол между плоскостями. Взаимное расположение двух плоскостей.
28. Прямая в пространстве.
29. Взаимное расположение прямой и плоскости.
30. Эллипс. Каноническое уравнение.
31. Гипербола. Каноническое уравнение.
32. Парабола. Каноническое уравнение.
33. Поверхности вращения. Поверхности вращения второго порядка.
34. Классификация поверхностей второго порядка.

35. Вычисление пределов числовых последовательностей.
36. Вычисление пределов функций. Раскрытие различных типов неопределенностей.
37. Исследование функций на непрерывность. Нахождение точек разрыва и их типов.

2 семестр

1. Определение производной функции одной переменной. Геометрический и механический смысл производной.
2. Вычисление производной сложной функции. Нахождение дифференциала функции.
3. Дифференцирование функции заданной в параметрическом виде и неявной функции.
4. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.
5. Исследование функций с помощью производных и эскизное построение графиков.
6. Первообразная функция. Неопределённый интеграл и его свойства.
7. Основные методы интегрирования.
8. Разложение рациональных дробей на простейшие.
9. Интегрирование простейших дробей.
10. Интегрирование иррациональных функций.
11. Интегрирование тригонометрических функций.
12. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определение.
13. Методы решения определённого интеграла.
14. Свойства определённого интеграла.
15. Теорема о среднем.
16. Несобственные интегралы.
17. Геометрические приложения определённого интеграла.
18. Физические приложения определённого интеграла.

3 семестр

1. Функция многих переменных. Основные понятия (определение, область определения, область значения, график, поведение функции).
2. Частные производные первого и второго порядков функции многих переменных.
3. Производные высших порядков функции многих переменных.
4. Дифференциал функции многих переменных, первого и высших порядков.
5. Исследование функции многих переменных на экстремум.
6. Числовые ряды. Основные понятия.
7. Необходимый признак сходимости положительного числового ряда.
8. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов.
9. Знакопеременные числовые ряды. Основные понятия. Признаки сходимости.
10. Функциональные ряды. Основные понятия.
11. Степенные ряды. Виды. Основные понятия. Радиус и область сходимости степенного ряда.
12. Тригонометрический ряд. Основные понятия. Радиус и область сходимости тригонометрического ряда.
13. Разложение функции в ряд Тейлора. Условия разложения.
14. Разложение функции в ряд Фурье. Условия разложения.
15. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия.
16. Обыкновенные дифференциальные уравнения I порядка. Виды уравнений.
17. Однородные дифференциальные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами.
18. Неоднородные дифференциальные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами.

Методы решения.

19. Дифференциальные уравнения высших порядков.
20. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия.
21. Случайные события. Классическое и статистическое определение вероятности.
22. Геометрическая вероятность. Теоремы сложения и умножения.
23. Формула полной вероятности и формула Байеса.
24. Дискретная случайная величина. Функция распределения.
25. Функция распределения и плотность распределения непрерывной случайной величины.
26. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Свойства.
27. Дисперсия дискретной случайной величины. Свойства.
28. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
29. Мода и медиана.
30. Биномиальное распределение. Числовые характеристики.
31. Распределение Пуассона. Числовые характеристики.
32. Равномерный закон распределения. Числовые характеристики.
33. Нормальный закон распределения. Числовые характеристики.
34. Показательное распределение. Числовые характеристики.
35. Дискретные двумерные случайные величины.
36. Непрерывные двумерные случайные величины.
37. Корреляционный момент и коэффициент корреляции.
38. Основные понятия математической статистики.
39. Полигон частот. Выборочная функция распределения и гистограмма.
40. Числовые характеристики статистического распределения.
41. Основные свойства статистических характеристик параметров распределения.
42. Способы построения оценок.
43. Проверка статистических гипотез.

Критерии оценки:

Компетенции	Характеристика ответа на теоретический вопрос / выполнения практического задания	Количество набранных баллов
УК 1.1., ОПК-14.7	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно раскрыты основные положения вопросов; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий. Знание по предмету демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	9-10 б.
	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен. Могут быть допущены 2-3 неточности или незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью преподавателя.	7-8 б.
	Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть значение обобщенных знаний не показано.	5-6 б.

	Ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса по билету с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. <i>или</i> Ответ на вопрос полностью отсутствует <i>или</i> Отказ от ответа	0 б.
УК 1.1., ОПК-14.7	Практическое задание выполнено, верно, отсутствуют ошибки различных типов. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	9-10 б.
	Практическое задание выполнено в полном объеме. Допущена незначительная ошибка.	7-8 б.
	Допущены несколько незначительных ошибок различных типов.	5-6 б.
	Допущены значительные ошибки. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. <i>или</i> Выполнение практического задания полностью неверно, отсутствует	0 б.

Расчетно-графические работы

1 семестр

Задание 1. Исследовать СЛУ на совместимость и решить тремя способами (с помощью правила Крамера, методом Гаусса и средствами матричного исчисления).

$$1. \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 & | & -4 \\ 4 & 7 & -2 & | & -6 \\ 1 & -8 & 5 & | & 1 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & | & -2 \\ 1 & -2 & -4 & | & -11 \\ -2 & -1 & 0 & | & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 7 & -2 & | & 3 \\ 3 & 5 & 1 & | & 5 \\ -2 & 5 & -5 & | & -4 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & | & 4 \\ 3 & -2 & 1 & | & -3 \\ 2 & 1 & -1 & | & -3 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & | & -5 \\ 1 & 9 & -4 & | & -1 \\ -2 & 6 & -3 & | & 6 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & | & -1 \\ -1 & 0 & 3 & | & 7 \\ 1 & 1 & 3 & | & 6 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & | & 4 \\ 4 & -1 & 5 & | & 6 \\ 1 & -2 & 4 & | & 9 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & | & -5 \\ 1 & -2 & 1 & | & -1 \\ 1 & 3 & -1 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} -3 & 5 & -6 & | & -5 \\ 2 & -3 & 5 & | & 8 \\ 1 & 4 & -1 & | & 1 \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} 2 & -1 & -6 & | & -15 \\ 3 & -1 & 1 & | & -2 \\ -1 & 0 & 3 & | & 7 \end{pmatrix}$$

Задание 2. По координатам вершин пирамиды ABCD, найти:

- 1) длину ребра AB;
- 2) угол между AB и AC;
- 3) площадь грани ABC;
- 4) объем пирамиды;
- 5) уравнение прямой AB;
- 6) уравнение плоскости ABC.

- 1) A(-1, 2, 1), B(-2, 2, 5), C(-3, 3, 1), D(-1, 4, 3) .
- 2) A(-2, 1, -1), B(-3, 1, 3), C(-4, 2, 1), D(-2, 3, 1) .
- 3) A(1, 1, 2), B(0, 1, 6), C(-1, 2, 2), D(1, 3, 4) .
- 4) A(-1, -2, 1), B(-2, -2, 5), C(-3, -1, 1), D(-1, 0, 3) .
- 5) A(2, -1, 1), B(1, -1, 5), C(0, 0, 1), D(2, 1, 3) .
- 6) A(-1, 1, -2), B(-2, 1, 2), C(-3, 2, -2), D(-1, 3, 0) .
- 7) A(1, 2, 1), B(0, 2, 5), C(-1, 3, 1), D(1, 4, 3) .
- 8) A(-2, -1, 1), B(-3, -1, 5), C(-4, 0, 1), D(-2, 1, 3) .
- 9) A(1, -1, 2), B(0, -1, 6), C(-1, 0, 2), D(1, 1, 4) .
- 10) A(1, -2, 1), B(0, -2, 5), C(-1, -1, 1), D(1, 0, 3)

Задание 3. Даны координаты вершин треугольника А, В, С. Найти:

1. длину стороны АВ;
2. уравнение сторон АВ и ВС и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми АВ и ВС в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы АЕ и координаты точки К пересечения этой медианы с высотой CD
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку К параллельно к стороне АВ;
7. координаты точки (,) F F F x y , которая находится симметрично точке А относительно прямой CD .

- 1) A(2, 1, - 2), B(0, 0, 2), C(2, - 4, 1) .
- 2) A(- 3, 0, - 6), B(3, 1, - 5), C(1, - 3, - 1) .
- 3) A(- 4, 5, 7), B(4, 3, 2), C(1, 4, - 2) .
- 4) A(5, 0, - 1), B(1, 1, - 3), C(4, - 6, - 1) .
- 5) A(- 3, 3, - 2), B(3, 4, - 6), C(0, - 3, 0) .
- 6) A(- 2, 1, - 1), B(2, 4, - 1), C(1, - 3, 2) .
- 7) A(0, 3, - 2), B(- 3, 5, - 7), C(8, - 3, 4) .
- 8) A(- 1, 3, - 4), B(- 9, 4, - 6), C(6, - 3, 5) .
- 9) A(- 3, 5, - 4), B(3, - 2, - 1), C(4, - 3, 7) .
- 10) A(4, 2, - 2), B(3, 1, - 3), C(5, - 3, 8) .

Задание 4. Найти пределы функций.

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3x^2}{4 - 2x^2}$, б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 + 4x - 5}$, в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - x}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\operatorname{tg}^2 6x}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 2}{2x + 1} \right)^x$.

2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 6x + 7x^3}{3 - x^3}$, б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$, в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 2x - 15}{\sqrt{x - 1} - 2}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{\operatorname{tg} 8x}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{15x + 2}{15x - 3} \right)^{x-3}$.

3. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^4 + 2x^2 - 3}{1 - 2x^4}$, б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{2x^2 - x - 1}$, в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x + 3} - 3}{3 + 2x - x^2}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin 5x}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 3}{x + 1} \right)^{-4x}$.

4. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 4x}{1 + 15x - x^3}$, б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$, в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2 - x}}{x^2 + 5x - 6}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} \frac{x}{5} \cdot \operatorname{tg} 3x$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$.

$$5. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 4x + 1}{3 + x - 2x^2}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x - 5}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} + x}{x^2 - 1},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \cdot \operatorname{tg} 2x}{x \cdot \sin 4x}, \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+3) - \ln 3}{x}.$$

$$6. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 3x^3 + 2x^2}{5 - 2x^4}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 + x - 6},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin x}{\cos 6x - 1}, \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \cdot (\ln(2x+5) - \ln 2x).$$

$$7. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x + 3x^2}{5 - 6x - 2x^2}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{2x+9} - 5}{x^2 - 6x - 16},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\operatorname{tg} 3x}, \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \cdot (\ln(3x^2 - 1) - \ln(3x^2)).$$

$$8. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 3x^3 + x}{1 + x^2 - 3x^5}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 + 3x - 2}{\sqrt{0,5+x} - \sqrt{2x}},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin 2x}{\sin x}, \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 7x^2)}{3x^2}.$$

$$9. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 3x^2 + 2x^3}{5x^3 - 6x^2 + 3x + 2}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{x^2 - 3x - 4},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \operatorname{ctg} 2x}{\operatorname{tg} 5x}, \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 3} (2x - 5)^{\frac{x}{x^2 - 9}}.$$

$$10. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 3x^2 + 4}{6x^4 - x^3 + x^2}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4+x+x^2} - 2}{x+1},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{\sin^2 2x}, \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 2} (4x - 7)^{\frac{x+3}{x-2}}.$$

2 семестр

Здание 1. Найти производные данных функций.

$$1. \text{ а) } y = \arccos x \cdot e^x; \quad \text{б) } y = \frac{1 - \cos x}{1 + 2^x}; \quad \text{в) } y = \arcsin^3(-x);$$

$$\text{г)} y = e^{\frac{1}{\cos 3x}}; \quad \text{д)} y = (\operatorname{ctg} 4x)^x.$$

$$2. \text{ а)} y = \sqrt{x^5} \cdot \ln x; \quad \text{б)} y = \frac{x^3 - 3}{\operatorname{arctg} x}; \quad \text{в)} y = \sqrt{\ln(1 + x^2)};$$

$$\text{г)} y = \arcsin \sqrt{7 - e^{x/2}}; \quad \text{д)} y = (\cos 2x)^{\sin x}.$$

$$3. \text{ а)} y = \arcsin x \cdot \log_3 x; \quad \text{б)} y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}; \quad \text{в)} y = \operatorname{tg}^2\left(\frac{1}{x}\right);$$

$$\text{г)} y = e^{\arccos 5x}; \quad \text{д)} y = (x^2 + 3)^{\sqrt{x}}.$$

$$4. \text{ а)} y = \cos x \cdot \sqrt[8]{x^3}; \quad \text{б)} y = \frac{x + e^x}{x - e^x}; \quad \text{в)} y = \operatorname{arctg}^{\frac{1}{3}}(\ln x);$$

$$\text{г)} y = 10^{3 - \ln 3x}; \quad \text{д)} y = (\operatorname{tg} x)^{\arcsin x}.$$

$$5. \text{ а)} y = \log_2 x \cdot x^{10}; \quad \text{б)} y = \frac{2^x}{\ln x - 1}; \quad \text{в)} y = \sin^5(1 - x^3);$$

$$\text{г)} y = \sqrt{x + \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x^4}}; \quad \text{д)} y = (1 - x^2)^{\arccos x}.$$

$$6. \text{ а)} y = 3^x \cdot \operatorname{tg} x; \quad \text{б)} y = \frac{2 - x}{x^2 + \sqrt[5]{x}}; \quad \text{в)} y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}};$$

$$y = \arccos \sqrt{3 - e^{x^2}}; \quad \text{д)} y = (\ln x)^{\operatorname{ctg} 2x}.$$

$$7. \quad \text{а)} y = \sqrt[7]{x^3} \cdot \sin x; \quad \text{б)} y = \frac{4 + x^3}{\operatorname{ctg} x - x}; \quad \text{в)} y = \operatorname{tg}^2(\sqrt{x});$$

$$\text{г)} y = \log_2 \arcsin \frac{1}{x^2}; \quad \text{д)} y = (\cos 3x)^{2x+1}.$$

$$8. \text{ а)} y = \log_5 x \cdot \arccos x; \quad \text{б)} y = \frac{e^x}{1 - x^2}; \quad \text{в)} y = \left(x^5 - 3x + \frac{1}{x}\right)^{10};$$

$$\text{г)} y = 5^{x + \operatorname{arctg} 3x}; \quad \text{д)} y = (x^3 + 4)^{\sin 2x}.$$

$$9. \text{ а)} y = 3^x \cdot \sqrt[5]{x^{-1}}; \quad \text{б)} y = \frac{x^3 - 6x + 1}{\ln x}; \quad \text{в)} y = \ln^3(\sin 3x);$$

$$\text{г) } y = e^{\arccos \frac{1}{x}}; \quad \text{д) } y = (x^2 + 2)^{\cos 3x}.$$

$$10 \text{ а) } y = (x^3 + 3x^5) \cdot \log_3 x; \quad \text{б) } y = \frac{\operatorname{tg} x - 2x}{x^2 + 5}; \quad \text{в) } y = \arccos^2 \operatorname{tg} x;$$

$$y = \operatorname{arctg} \sqrt{6x - 1}; \quad \text{д) } y = (x^2 - 1)^x.$$

Задание 2. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1. \text{ а) } y = \frac{x^3 + 4}{x^2}; \quad \text{б) } y = x^3 \cdot e^{-x}.$$

$$2. \text{ а) } y = \frac{2}{x^2 + 2x}; \quad \text{б) } y = (x - 1) \cdot e^{3x+1}.$$

$$3. \text{ а) } y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}; \quad \text{б) } y = e^{4x-x^2}.$$

$$4. \text{ а) } y = \frac{4x}{(x+1)^2}; \quad \text{б) } y = (x^2 + 2) \cdot e^{-x^2}.$$

$$5. \text{ а) } y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}; \quad \text{б) } y = \frac{e^x}{x}.$$

$$6. \text{ а) } y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}; \quad \text{б) } y = \ln x - \frac{1}{2}x^2.$$

$$7. \text{ а) } y = \frac{3x - 2}{x^3}; \quad \text{б) } y = \frac{\ln(x+2)}{x+2}.$$

$$8. \text{ а) } y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}; \quad \text{б) } y = x^2 \cdot \ln x.$$

$$9. \text{ а) } y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}; \quad \text{б) } y = x - \ln(x+1).$$

$$10. \text{ а) } y = \frac{x}{x^2 + 2x - 3}; \quad \text{б) } y = \frac{x}{2} - \operatorname{arctg} x.$$

Задание 3. Вычислить интегралы методом непосредственного интегрирования или методом замены переменных. Результат интегрирования проверить дифференцированием.

$$1. \int x(x^2 - 1)^3 dx$$

$$6. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x} + 1} dx$$

$$2. \int \sqrt{1 + 2x} dx$$

$$7. \int x \cos(x^2 + 1) dx$$

$$3. \int \frac{x^3}{x + 1} dx$$

$$8. \int t \sin(t^2 - 1) dt$$

$$4. \int \frac{2x - 1}{2x + 3} dx$$

$$8. \int \frac{dx}{x(1 + \ln x)}$$

$$5. \int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx$$

$$10. \int \frac{\sqrt{1 + \ln x} dx}{x}$$

Задание 4. Вычислить интегралы, используя метод интегрирования по частям. Результаты интегрирования проверить дифференцированием.

$$1. \int x e^{2x} dx$$

$$6. \int x^5 e^{x^2} dx$$

$$2. \int x \sin x dx$$

$$7. \int (2x + 3) e^{5x} dx$$

$$3. \int 2x \arctg x dx$$

$$8. \int x^2 \cos 3x dx$$

$$4. \int \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$9. \int e^{2x} \cos x dx$$

$$5. \int \frac{x}{\sin^2 x} dx$$

$$10. \int \ln(1 - x) dx$$

Задание 5. Вычислить интегралы вида $\int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c} dx$

$$1. \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$$

$$18. \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 18}$$

$$2. \int \frac{dx}{3x^2 - 2x + 4}$$

$$19. \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 3}$$

$$3. \int \frac{dx}{x^2 + 3x + 1}$$

$$20. \int \frac{x - 2}{x^2 + 2x + 3} dx$$

$$4. \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 5}$$

$$21. \int \frac{5x + 3}{x^2 + 10x + 29} dx$$

$$5. \int \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1}$$

$$22. \int \frac{x + 1}{5x^2 + 2x + 1} dx$$

Задание 6. Вычислить интегралы вида $\int \frac{Ax + B}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$.

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt{2 - 3x - 4x^2}}$$

$$6. \int \frac{Ax + B}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$$

$$2. \int \frac{dx}{\sqrt{1+x+x^2}}$$

$$3. \int \frac{dx}{\sqrt{5-7x-3x^2}}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt{x(3x+5)}}$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{2-3x-x^2}}$$

$$7. \int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$$

$$8. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$$

$$9. \int \frac{dx}{\sqrt{3x^2+x+9}}$$

$$10. \int \frac{dx}{\sqrt{1+x-x^2}}$$

Задание 5. Вычислить интеграл от дробно-рациональных функций.

$$1. \int \frac{dx}{x^5+1}$$

$$2. \int \frac{xdx}{x^3+1}$$

$$3. \int \frac{3x+1}{x(1+x^2)^2} dx$$

$$4. \int \frac{3x+5}{(x^2+2x+2)} dx$$

$$5. \int \frac{5x+3}{(x^2-2x+5)^3} dx$$

$$18. \int \frac{x^2 dx}{(x+2)^2(x+4)^2}$$

$$19. \int \frac{dx}{x(x^2+1)}$$

$$20. \int \frac{2x^2-3x-3}{(x-1)(x^2-2x+5)} dx$$

$$21. \int \frac{x^3-6}{x^4+6x^2+8} dx$$

$$22. \int \frac{3x-7}{x^3+x^2+4x+4} dx$$

Задание 6. Вычислить интегралы от тригонометрических функций.

$$1. \int (1 - \sin^2 x) dx$$

$$2. \int (1 - \cos^2 x) dx$$

$$3. \int \cos^2 x dx$$

$$4. \int \cos^4 x dx$$

$$5. \int \sin^2 x dx$$

$$6. \int \sin^2 \left(\frac{x}{3} \right) dx$$

$$7. \int \tan^2 \left(\frac{x}{4} \right) dx$$

$$8. \int \cot^2 2x dx$$

$$9. \int \sin^2 \left(\frac{x}{2} \right) dx$$

$$10. \int \left(1 - \sin^2 \left(\frac{x}{2} \right) \right) dx$$

Задание 8. Вычислить интегралы от тригонометрических функций.

$$1. \int \sin 5x \sin 3x dx$$

$$2. \int \cos 4x \cos x dx$$

$$3. \int \sin 7x \cos 3x dx$$

$$4. \int \sin 3x \sin x dx$$

$$6. \int \sin 3x \sin \frac{4}{3} x dx$$

$$7. \int \cos x \sin 4x dx$$

$$8. \int \sin 7x \sin 3x dx$$

$$9. \int \cos x \cos 3x dx$$

$$5. \int \cos 5x \cos 3x dx$$

$$10. \int \sin(x/2) \sin(x/3) dx$$

Задание 9. Вычислить значение определенного интеграла.

$$1. a) \int_0^{\pi/3} \operatorname{tg} x dx$$

$$b) \int_{\sqrt[3]{a}}^x x^3 dx$$

$$2. a) \int_1^z \frac{dx}{2x-1}$$

$$b) \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$$

$$3. a) \int_0^{\pi} \frac{dx}{3+2\cos x}$$

$$b) \int_{3/4}^{4/3} \frac{dz}{z\sqrt{z^2+1}}$$

$$4. a) \int_{-1}^1 \frac{dx}{(1+x^2)^2}$$

$$b) \int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$$

$$5. a) \int_{-2}^0 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$$

$$b) \int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$$

$$6. a) \int_0^1 \frac{x dx}{(x^2+4)^6}$$

$$b) \int_4^1 \frac{2x^2-3x+1}{x^3+1} dx$$

$$7. a) \int_1^2 \ln^2 x dx$$

$$b) \int_1^4 \frac{x dx}{\sqrt{2+4x}}$$

$$8. a) \int_{-1}^2 \frac{dx}{x^3+8}$$

$$b) \int_0^1 e^x \ln(1+3e^x) dx$$

$$9. a) \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\sin x + \operatorname{tg} x}$$

$$b) \int_0^{1/2} \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}$$

$$10. a) \int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$$

$$b) \int_0^{\pi/4} e^x \sin x dx$$

Задание 10. Вычислить площади фигур, ограниченные указанными линиями:

1. $x-y+2=0$, $y=0$, $x=-1$, $x=2$.
2. $x-y+3=0$, $x+y-1=0$, $y=0$
3. $x-2y+4=0$, $x+2y-8=0$, $y=0$, $x=-1$, $x=6$.
4. $y=x^2$, $y=0$, $x=0$, $x=3$
5. $y=3x^2$, $y=0$, $x=-3$, $x=2$
6. $y=x^2+1$, $y=0$, $x=-1$, $x=2$
7. $y=0,5x^2+2$, $y=0$, $x=1$, $x=3$
8. $y=1/3x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=3$
9. $y^2=x$, $y \geq 0$, $x=0$, $x=3$
10. $y=-x^2-2x+8$, $y=0$

3 семестр

Задание 1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

1. а) $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$;
 б) $(xy^2 + x)dx + (yx^2 - y)dy = 0$;
 в) $(1 + x)y + (1 - y)y' = 0$;
 г) $(\sin y + \cos y)y' + \cos y \sin y = 0$;
 д) $xyy' = 1 - x^2$.
2. а) $\sqrt{4 + y^2}dx - ydy = x^2ydy$;
 б) $(y^2 + x)dx - x(y + 1)dy = 0$;
 в) $y^3y' = 1 - 2x$;
 г) $\cos ydx + \cos x \operatorname{tg} ydy = 0$;
 д) $y' \operatorname{ctg} x - y = 0$.
3. а) $(1 + y^2)dx - yxdy = 0$;
 б) $x\sqrt{3 + y^2}dx + y\sqrt{2 + x^2}dy = 0$;
 в) $xy' + y = y^2$;
 г) $(1 + x)y + (1 - y)y' = 0$;
 д) $3e^x \operatorname{tg} ydx - (1 - e^x) \sec^2 ydy = 0$.
4. а) $6(xdx - ydy) = 2x^2ydy - 3xy^2dx$;
 б) $x\sqrt{1 - y^2}dx + y\sqrt{1 - x^2}dy = 0$;
 в) $x\sqrt{1 + y^2} + y\sqrt{1 + x^2}y'' = 0$;
 г) $y' \sin x = y \ln y$;
 д) $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$.
5. а) $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0$;
 б) $x\sqrt{1 - y^2}dx + y\sqrt{1 - x^2}dy = 0$;
 в) $x^2y' - y^2 = xy^2$;
 г) $(e^x + 1)yy' = e^x$;
 д) $\operatorname{tg} y \sec^2 xdx + \operatorname{tg} x \sec^2 ydy = 0$.
6. а) $2(xdx - ydy) = x^2ydy - 2xy^2dx$;
 б) $x^2y^2y' + 1 = y$;
 в) $x\sqrt{5 + y^2}dx + y\sqrt{4 + x^2}dy = 0$;
 г) $y'x = y \ln y$;
 д) $y' \operatorname{tg} x - y = 1$.
7. а) $x\sqrt{1 + y^2}dx + y(1 + x^2)dy = 0$;
 б) $xy(1 + x^2)y' = 1 + y^2$;
 в) $\sqrt{1 + y^2} \ln x + yx^2y' = 0$;
 г) $y' \sin x = y \ln y$;
 д) $(1 - e^x)yy' = e^x$.
8. а) $y(4 + e^x)dy - e^x(y^2 + 1)dx = 0$;
 б) $(1 + e^{2x})y^2dy = e^xdx$;
 в) $(x^2 - 1)y' = y^2 - 4$;

$$\text{г) } y' \cos x = y(\ln y)^{-1};$$

$$\text{д) } yy' + \sqrt{(1-y^2)(1-x^2)^{-1}} = 0.$$

$$9. \text{ а) } 2(xdx + ydy) = x^2 ydy + 2xy^2 dx;$$

$$\text{б) } (3 + e^x)yy' = e^x;$$

$$\text{в) } \sin x \cos y dx - \cos x \sin y dy = 0;$$

$$\text{г) } yy' + xe^y = 0;$$

$$\text{д) } \sqrt{5+y^2} + yy'\sqrt{1-x^2} = 0.$$

$$10. \text{ а) } 6xdx - ydy = yx^2 dy - 3xy^2 dx;$$

$$\text{б) } \sqrt{4-x^2} y' + xy^2 + x = 0;$$

$$\text{в) } y \ln y + xy' = 0;$$

$$\text{г) } dy = e^{x-y} dx;$$

$$\text{д) } dy = \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y dx.$$

Задание 2. Найти общее решение дифференциального уравнения методом неопределенных коэффициентов.

$$1. \text{ а) } y'' - 6y' + 8y = x + 1;$$

$$\text{б) } y'' + 2y' = 4e^x (\cos x + \sin x);$$

$$\text{в) } y'' + y = e^{-3x} \cos 5x.$$

$$2. \text{ а) } y'' - y' + y = 2x^2 + 1;$$

$$\text{б) } y''' - 3y'' + 2y' = e^x (1 - 2x);$$

$$\text{в) } y'' + 6y' + 13y = \cos x.$$

$$3. \text{ а) } y'' + 8y = x - 6;$$

$$\text{б) } y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} (-\cos 6x + \sin 6x);$$

$$\text{в) } y''' - y' = 2e^x + \cos x.$$

$$4. \text{ а) } y''' - y'' + 8y = x^2 + 1;$$

$$\text{б) } y'' + 2y' = -2e^x (\cos x + \sin x);$$

$$\text{в) } y'' + y = 2 \cos 7x - 3 \sin 7x.$$

$$5. \text{ а) } y''' - 3y'' = x - 1;$$

$$\text{б) } y''' - 2y'' + y' = e^{2x} (2x + 5);$$

$$\text{в) } y'' + 2y' + 5y = -\cos x.$$

$$6. \text{ а) } y'' - y' - 2y = x^2 - 1;$$

$$\text{б) } y'' + y = 2 \cos 7x + 3 \sin 7x;$$

$$\text{в) } y^{IV} - y = e^x + \sin x.$$

$$7. \text{ а) } y'' - 2y' + 5y = x^2;$$

$$\text{б) } y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x;$$

$$\text{в) } y^{IV} - y = e^{-x} + \cos x.$$

$$8. \text{ а) } y''' + y'' = 5x^2;$$

$$\text{б) } y'' - 4y' + 8y = e^x (5 \sin x - 3 \cos x);$$

$$\text{в) } y'' + 4y = \sin 2x.$$

9. а) $y''' - 8y = 3x$;

б) $y''' - 4y'' + 4y' = e^x(x-1)$;

в) $y'' - 4y' + 8y = e^x(2\sin x - \cos x)$.

10. а) $y''' - 4y'' = 2x$;

б) $y'' + 2y' = e^x(\cos x + \sin x)$;

в) $y'' + 9y = -18\sin 3x - e^{3x}$.

Задание 3. Исследовать на сходимость ряды, заданные общими членами с помощью достаточных признаков Даламбера, Коши и интегрального признака.

1. $a_n = \frac{n+1}{2^n(n+1)!}$, $b_n = \frac{1}{3^n} \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$, $c_n = \frac{2n}{9+n^4}$

2. $a_n = \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$, $b_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n}$, $c_n = \frac{1}{(2n+7)\ln(2n+7)}$

3. $a_n = \frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+2)!}$, $b_n = \left(\frac{n}{6n+3}\right)^{n^2}$, $c_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

4. $a_n = \frac{16n2n!}{(2n)!}$, $b_n = \left(\frac{2n+1}{3n-2}\right)^{n^2}$, $c_n = \frac{5n}{1+n^2}$

5. $a_n = \frac{(2n+2)!}{3n+5} \cdot \frac{1}{2^n}$, $b_n = \left(\frac{n+2}{3n-1}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n}$, $c_n = \frac{1}{(2n+1)\ln^2(2n+1)}$

6. $a_n = \frac{n+5}{n!} \sin \frac{2}{3^n}$, $b_n = \left(\frac{n-1}{n}\right)^n \cdot \frac{1}{5^n}$, $c_n = \frac{1}{3n \ln(2n)}$

7. $a_n = \frac{n! \sqrt[3]{n}}{3^n + 2}$, $b_n = \left(\frac{2n+3}{n+1}\right)^{n^2}$, $c_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n} + 2}$

8. $a_n = \frac{n^n}{3^n \cdot n!}$, $b_n = \left(\frac{n}{3n+1}\right)^{2n+1}$, $c_n = \frac{1}{\sqrt{n+100}}$

9. $a_n = \frac{n^2}{(n+2)!}$, $b_n = \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^{2n+1}$, $c_n = \frac{4n}{2n^2+1}$

10. $a_n = \frac{6^n(n^2-1)}{n!}$, $b_n = \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{n^2}$, $c_n = \frac{3n}{\sqrt{9+2n^2}}$

Задание 4.

Определить радиус, интервал сходимости и выяснить поведение на концах интервала сходимости степенного ряда.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x(1+n)}{n}\right)^n$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x)^n}{n}$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x)^n}{n^2}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x(1+n)}{n} \right)^n$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^n$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2} x^n$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(10+x)^n}{n^n}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n (x+2)^n$$

Задание 5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001.

$$1. \int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx;$$

$$2. \int_0^1 \cos x^2 dx;$$

$$3. \int_0^{0,1} \sin(100x^2) dx;$$

$$4. \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}};$$

$$5. \int_0^{0,1} \frac{1-e^{-2x}}{x} dx;$$

$$6. \int_0^1 \frac{\ln(1+x/5)}{x} dx;$$

$$7. \int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27+x^3}};$$

$$8. \int_0^{0,2} e^{-3x^2} dx;$$

$$9. \int_0^{0,2} \sin(25x^2) dx;$$

$$10. \int_0^{0,1} \ln(1+x^4) dx;$$

Задание 6. В урне содержится К черных и Н белых шаров. Случайным образом вынимают 6 шаров. Найти вероятность того, что среди них имеется: а) М белых шаров; б) меньше, чем Р белых шаров; в) хотя бы один белый шар. Значения параметров К, Н, М и Р по вариантам приведены в табл.1.

Таблица 1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
К	5	6	6	7	4	8	6	4	5	7
Н	6	5	5	4	5	6	7	7	6	4
М	5	4	5	4	4	5	4	4	5	4
Р	3	2	3	2	2	3	4	2	3	2

Задание 7. В монтажном цехе к устройству присоединяется электродвигатель. Электродвигатели поставляются тремя заводами – изготовителями. На складе имеются электродвигатели этих заводов соответственно в количестве М₁, М₂, и М₃ штук, которые могут безотказно работать до конца гарантийного срока с вероятностями соответственно р₁, р₂ и р₃. Рабочий берет случайно один электродвигатель и монтирует его к устройству. Найти вероятность того, смонтированный и безотказно работающий до конца гарантийного срока электродвигатель поставлен соответственно первым, изготовителем. Значения параметров вычислить по следующим формулам $k = |14 - V|$, $p_1 = 0,99 - k/100$,

$p_2 = 0,9 - k/100$, $p_3 = 0,85 - k/100$, $M_1 = 5 + k$, $M_2 = 20 - k$, $M_3 = 25 - k$, где V – номер варианта.

Задание 8. Найти закон распределения (построить таблицу распределения), математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ . Построить график функции распределения и найти вероятность того, что $\xi \leq k$.

№	1. Задача
1.	Партия из 20 деталей содержит 4 бракованных. Произвольным образом выбрали 5 деталей; ξ - число доброкачественных деталей среди отобранных, $k=2$.
2.	Рабочий обслуживает линию, состоящую из четырех однотипных станков. Вероятность того, что каждый станок потребует внимания рабочего в течение часа, равна 0,15; ξ - число станков, потребовавших внимания рабочего, $k=3$.
3.	Каждая партия, состоящая из 21 прибора, содержит 7 неточных. Из 5 таких партий случайным образом отбирается по одному прибору из каждой партии; ξ - число неточных приборов среди отобранных, $k=2$.
4.	Имеется 4 заготовки для одной и той же детали. Вероятность изготовления годной детали из каждой заготовки равна 0,7; ξ - число заготовок, оставшихся после изготовления первой годной детали, $k=2$.
5.	В конверте 18 карточек, среди которых 7 разыскиваемых. Наудачу отбирают три карточки; ξ - число карточек среди отобранных, $k=2$.
6.	Вероятность отказа каждого прибора при испытании не зависит от отказа остальных приборов и равна 0,2. Испытано 4 прибора; ξ - число отказавших за время испытания приборов, $k=2$.
7.	Из партии содержащей 100 изделий, среди которых находится 10 дефектных, выбраны случайным образом 5 изделий для проверки их качества; ξ - число дефектных изделий содержащихся в выборке, $k=1$.
8.	На пути движения автомобиля четыре светофора. Каждый из них с вероятностью 0,5 либо разрешает, либо запрещает автомобилю дальнейшее движение; ξ - число светофоров, пройденных автомашиной без остановки, $k=3$
9.	В горном районе создано 3 автоматических сейсмических станций. Каждая станция в течение года может выйти из строя с вероятностью 0,9. ξ - число станций, вышедших из строя в одном рассматриваемом году, $k=1$
10.	Имеются 10 билетов в театр, 4 из которых на места первого ряда. Наудачу берут 5 билетов. ξ - число билетов на первый ряд среди выбранных билетов, $k=2$

Задание 9. Задана плотность распределения $p(x)$ случайной величины ξ на $(a;b)$, при $x \notin (a;b)$ $p(x)=0$. Требуется:

1. Найти параметр A ;
2. Построить графики плотности и функции распределения;
3. Найти математическое ожидание $M(\xi)$, дисперсию $D(\xi)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(\xi)$;
4. Вычислить вероятность того, что отклонение случайной величины от математического ожидания не более заданного ε .

№	$p(x)$	$(a;b)$	ε
1.	$\frac{1}{2}x + A$	$(0;2)$	$\frac{1}{3}$
2.	$A \cos x$	$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$	$\frac{\pi}{16}$
3.	$Ae^{- x-1 }$	$(-\infty; \infty)$	1

4.	$A \cos^2 x$	$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$	$\frac{\pi}{4}$
5.	$4Ae^{-4x}$	$(0; \infty)$	$\frac{1}{3}$
6.	Ax	$(0; 3)$	$\frac{1}{2}$
7.	Ae^{-x}	$(0; -\infty)$	$\frac{1}{3}$
8.	$A(4x^2 + 1)$	$(0; 1)$	$\frac{1}{7}$
9.	$1 - Ax$	$(0; 1)$	$\frac{1}{4}$
10.	$A(2 + 3x)$	$(0; 1)$	$\frac{1}{2}$

Задание 10 Составить линейные уравнения регрессии Y на X

1. В таблице дано распределение 200 коммерческих предприятий по цене товара X в усл.д.ед. и по количеству проданного товара Y в тыс.шт.:

X	0,4-0,8	0,8-1,2	1,2-1,6	1,6-2,0	2,0-2,4	2,4-2,8	n_y
Y							
7,25-9,25	14	22					36
9,25-11,25		10	38	6			54
11,25-13,25			30	30	4		64
13,25-15,25			10	12	8		30
15,25-17,25				2	8	6	16
n_x	14	32	78	50	20	6	$n=200$

2. В таблице дано распределение 100 однотипных предприятий по основным фондам X в млн руб. и себестоимости единицы продукции Y в руб.

X	20	30	40	50	60	n_y
Y						
1	8	2				10
3	12	20	8			40
5			10	1		11
7			9	6	2	17
9			10	4	8	22
n_x	20	22	37	11	10	$n=100$

3. В таблице дано распределение 100 предприятий по производственным средствам X в млн руб. и суточной выработке Y в т.:

X	20	30	40	50	60	n_y
Y						
10	8	7	2			17
20	2	16	8	6	2	34
30		9	12	12	4	37
40			2	4	5	11
50					1	1

n_x	10	32	24	22	12	$n=100$
-------	----	----	----	----	----	---------

4. В таблице дано распределение 50 малых предприятий по выпуску продукции X в тыс.ед. в день и по издержкам Y в тыс.руб. за день:

Y	X	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	n_y
	0,5-2,0			2	3	1	6
	2,0-3,5		4	5	1		10
	3,5-5,0		8	5	5		18
	5,0-6,5	3	8	2			13
	6,5-8,0	2	1				3
	n_x	5	21	14	9	1	$n=50$

составить линейные уравнения регрессии Y на X

5. В таблице дано распределение 100 заводов по энерговооруженности X и по стоимости продукции Y в усл.ед.:

Y	X	30	40	50	60	70	80	n_y
	30	3	6	12	7	2		30
	36		2	8	10	2	1	23
	42			1	4	16	6	27
	48				2	3	5	10
	54					4	6	10
	n_x	3	8	21	23	27	18	$n=100$

6. В таблице дано распределение 100 заводов по энерговооруженности X и по стоимости продукции Y в усл.ед.:

1.

Y	X	30	40	50	60	70	80	n_y
	30	3	6	12	7	2		30
	36		2	8	10	2	1	23
	42			1	4	16	6	27
	48				2	3	5	10
	54					4	6	10
	n_x	3	8	21	23	27	18	$n=100$

7. В таблице дано распределение 100 предприятий по величине основных фондов X в млн руб. и себестоимости продукции Y в млн руб.: составить линейные уравнения регрессии Y на X

$Y \backslash X$	98-100	100-102	102-104	104-106	106-108	108-110	n_y
15,5-16,5	2	3	1				6
16,5-17,5	3	6	4	1			14
17,5-18,5		4	13	14	10		41
18,5-19,5			5	10	8	6	29
19,5-20,5				2	5	3	10
n_x	5	13	23	27	23	9	$n=100$

8. В таблице дано распределение 80 снабженческо-сбытовых организаций по складским площадям X в тыс. m^2 и по объёму складских реализаций Y в млн руб.:

X \ Y	8-16	16-24	24-32	32-40	40-48	n_y
30-70	2	3				5
70-110	3	4	8	1		16
110-150	1	5	16	8	1	31
150-190			12	3	2	17
190-230			1	4	6	11
n_x	6	12	37	16	9	$n=80$

9. В таблице дано распределение 200 предприятий по основным фондам в X млн руб. и по готовой продукции Y в млн руб.:

X \ Y	40	50	60	70	80	n_y
15	5					5
20	7	4	8			19
25		16	20	11		47
30		23	32	29	9	93
35			27	2	7	36
n_x	12	43	87	42	16	$n=200$

10. В таблице дано распределение 100 предприятий по производительности труда одного рабочего X в руб. и по валовой продукции Y в тыс.руб.:

X \ Y	80	90	100	110	120	n_y
100	2	3	5			10
110	2	6	20	7		35
120	1	3	10	9	5	28
130	1	2	5	4	7	19
140			2	3	3	8
n_x	6	14	42	23	15	$n=100$

Критерии оценки:

По итогам выполнения работы- максимальный балл- 30.

- работа выполнена полностью, правильность выполнения всех заданий – 20б
- правильность оформления-5 б
- своевременность предоставления-5 б

Тестовый материал

1. Для линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = -2e^{2x}$ укажите вид его частного решения с неопределенными коэффициентами:

1. $y = Ax^2 + Bx$
2. $y = Ax^2 e^{2x}$
3. $y = Ae^{2x}$
4. $y = e^{2x}(x + Bx)$

Тип вопроса: Открытый

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

2. Найдите сумму ряда

Тип вопроса: Открытый

3. Задача нахождения частного решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям, называется задачей:

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) () бернулли
- b) () лапласа
- c) () гаусса
- d) () коши

4. Для линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 4y' = 10$ укажите вид его частного решения с неопределенными коэффициентами:

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) () $y = AX + B$
- b) () $y = Ax$
- c) () $y = A - x$
- d) () $y = A(x - B)$

5. Характерный признак дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными – это наличие произведений (или частных) «блоков», зависящих только от «x» или только от «y»

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) () верно

b) () неверно

$$y' + \frac{y}{x} = e^{3x}$$

6. Определите тип уравнения

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение Бернулли

$$\sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx);$$

7. Ряд вида называется

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () рядом Лапласа
- b) () интервальным рядом
- c) () комплексным рядом
- d) () рядом Фурье

$$y + \sqrt{xy} = xy'$$

8. Определите тип уравнения

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение Бернулли

9. Какое понятие не связано с суммой ряда?

Тип вопроса: **Множественный выбор**

- a) [] частичная сумма
- b) [] сходящийся ряд
- c) [] приближенные суммы
- d) [] дискретная сумма
- e) [] сумма n первых членов
- f) [] непрерывная сумма

$$xy' + y \sin x = y^2 \operatorname{tg} x$$

10. Определите тип уравнения

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение Бернулли

$$y' = 2$$

11. Определите тип уравнения

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение Бернулли

12. Определите порядок дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 4x$.

Тип вопроса: Множественный выбор

- a) [] дифференциального уравнения 1-порядка
- b) [] дифференциального уравнения 2-порядка
- c) [] дифференциального уравнения 3-порядка
- d) [] дифференциального уравнения 4-порядка
- e) [] однородное дифференциальное уравнение
- f) [] неоднородное дифференциальное уравнение

13. Определите тип уравнения $(4y^2 - 6x^3)ydy + (2 - 9xy^2)xdx = 0$.

Тип вопроса: Одноточный выбор

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение в полных дифференциалах

14. Составление характеристического уравнения — это этап решения

Тип вопроса: Одноточный выбор

- a) () однородного уравнения дифференциального первого порядка
- b) () однородного уравнения дифференциального второго порядка
- c) () линейного дифференциального уравнения
- d) () уравнения Бернулли

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^{n^2}$$

15. Исследовать на сходимость ряд:

Тип вопроса: Одноточный выбор

- a) () ряд сходится
- b) () ряд расходится
- c) () ряд может как сходиться, так и расходиться
- d) () невозможно определить

16. Интегральный признак Коши сходимости числового ряда с невозрастающими

1. если $\int_{-\infty}^{\infty} P(x) dx$ сходится, то ряд сходится
2. если $\int_m^{\infty} P(x) dx$ расходится, то ряд сходится
3. если $\int_m^{\infty} P(x) dx$ сходится, то ряд сходится
4. если $\int_m^{\infty} \frac{P_{k+1}(x)}{P(x)} dx$ сходится, то ряд сходится

членами заключается в том, что

Тип вопроса: Открытый

17. Определите тип уравнения $(x+3y) + (3x-6y)y' = 0$;

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение в полных дифференциалах

18. Определите тип уравнения $x + \sqrt{xy} = xy'$

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение Бернулли

19. Определите тип уравнения $y^2 y' = x^2 - xy$

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение Бернулли

20. Функция, которая обращает данное дифференциальное уравнение в тождество, называется

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) () задачей Коши
- b) () интегральной кривой
- c) () решением уравнения
- d) () начальным условием

21. Наивысший порядок производной, входящей в дифференциальное уравнение, определяет

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () порядок дифференциального уравнения
- b) () ранг дифференциального уравнения
- c) () степень дифференциального уравнения
- d) () вид дифференциального уравнения

22. Из приведенных дифференциальных уравнений не является уравнением Бернулли:

- a) $y'x + y = -xy^2$ б) $y' + y = 5xy^3$ в) $y' = x^3y^3 - xy$
г) $y' = xy^2 - xy$ д) $y' = x + y$ е) $xy' = 2y = x^2$

Тип вопроса: **Множественный выбор**

- a) [] а
- b) [] б
- c) [] в
- d) [] г
- e) [] д
- f) [] е

23. Под начальными условиями при решении задачи Коши понимают условия,

1. $y(x_0) = y_0$
2. $x_0 = y_0$
3. $y = (x_0 + 1)$
4. $y_0 = (x_0 + 1)$

состоящие в том, что:

Тип вопроса: **Открытый**

24. При решении однородного дифференциального уравнения можно применять *метод вариации произвольной постоянной*

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () верно
- b) () неверно

25. Знакопеременный ряд называется условно сходящимся, если:

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () признак Лейбница не выполняется, и ряд по абсолютной величине сходится
- b) () признак Лейбница не выполняется, и ряд по абсолютной величине расходится
- c) () выполняется признак Лейбница, и ряд по абсолютной величине расходится
- d) () выполняется признак Лейбница, и ряд по абсолютной величине сходится

26. Признаком Даламбера удобно пользоваться, если общий член ряда содержит факториал или показательную функцию.

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () верно
b) () неверно

27. Определите тип уравнения $(2x - y + 1)dx + (2y - x - 1)dy = 0$.

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
b) () однородное уравнение первого порядка
c) () линейное уравнение первого порядка
d) () уравнение в полных дифференциалах

28. Решением (интегралом) дифференциального уравнения первого порядка называется любая функция, превращающая это уравнение в тождество.

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () верно
b) () неверно

29. Дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение вида:

1. $F(x, y) = 0$
2. $F(x', y) = 0$
3. $F(x, x', y') = 0$
4. $F(x, x, y') = 0$

(введите номер правильного ответа)

Тип вопроса: **Открытый**

1. $\frac{n^3}{3n-2}$
2. $\frac{n^3+1}{3n-2}$
3. $\frac{n^3}{3n+2}$
4. $\frac{n^3}{3n-2} - 1$

30. Дан числовой ряд: $1 + \frac{8}{4} + \frac{27}{7} + \frac{64}{10} + \dots$. Найти общий член ряда

Тип вопроса: **Открытый**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$$

31. Найти интервал сходимости ряда .

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ (1;2)
- b) ☐ (-2;2)
- c) ☐ [-2;2]
- d) ☐ [-2;1]

32. Ряд называется знакопеременным, если он имеет члены произвольных знаков.

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ верно
- b) ☐ неверно

33. Всякий степенной ряд с интервалом сходимости $(-R, R)$ можно почленно умножать на постоянное число, причём

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ радиус и интервал сходимости ряда не изменится
- b) ☐ радиус и интервал сходимости ряда увеличатся на это число
- c) ☐ радиус увеличится на это число, а интервал сходимости ряда не изменится
- d) ☐ радиус ряда не изменится, а интервал сходимости увеличатся на это число

34. Четвертый член ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)5^n}$ равен:

- a) $-\frac{1}{5625}$
- б) $-\frac{1}{3425}$
- в) $-\frac{1}{4425}$
- г) $-\frac{1}{4345}$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ а
- b) ☐ б
- c) ☐ в
- d) ☐ г

35. Если для рядов с положительными членами выполняется условие: $P_k \leq P'_k$, то

- А) из сходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ следует сходимость $\sum_{k=1}^{\infty} P'_k$
- б) из расходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ следует сходимость $\sum_{k=1}^{\infty} P'_k$
- в) из сходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P'_k$ следует сходимость $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$
- г) из сходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ следует расходимость $\sum_{k=1}^{\infty} P'_k$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () а
- b) () б
- c) () в
- d) () г

36. Определите тип уравнения $xy' + 2x^2y = y^3 \sin x$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение Бернулли

37. Если члены ряда положительные и отрицательные члены строго чередуются, то ряд называется

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () знакоположительным
- b) () знакоотрицательным
- c) () знакопеременным
- d) () знакочередующимся

38. Каким признаком сходимости следует воспользоваться для исследования на

$$u_n = \frac{(-1)^n n}{n^2 - 2}$$

сходимость следующего ряда

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () признак Коши
- b) () признак Даламбера
- c) () интегральный
- d) () признак Лейбница

39. Дан числовой ряд: $1 + \frac{8}{4} + \frac{27}{7} + \frac{64}{10} + \dots$ Найти следующий член ряда

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () 113/24
- b) () 120/13
- c) () 116/24
- d) () 125/13

40. Определите тип уравнения $(2x + 3y)dx + (3x + 2y)dy = 0;$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение в полных дифференциалах

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n};$$

41. Данный ряд

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ знакоположительным
- b) ☐ знакоотрицательным
- c) ☐ знакопеременным
- d) ☐ знакочередующимся

- 1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$
- 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{3})^n}$
- 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n!}$
- 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^{2n}}$

42. Какой из рядов, согласно признаку Даламбера, расходится?

Тип вопроса: **Открытый**

43. Определите порядок дифференциального уравнения $y''' - y' = e^x + \sin x$.

Тип вопроса: **Множественный выбор**

- a) ☐ дифференциального уравнения 4-порядка
- b) ☐ дифференциального уравнения 1-порядка
- c) ☐ дифференциального уравнения 3-порядка
- d) ☐ дифференциального уравнения 6-порядка
- e) ☐ однородное дифференциальное уравнение
- f) ☐ неоднородное дифференциальное уравнение

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{n}\right)^2$$

44. Найдите сумму ряда ответ округлите до десятых

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ 23,4
- b) ☐ 28,3
- c) ☐ 16,4
- d) ☐ 14,8

45. Определите тип уравнения $xy' + 2x^2y = e^x$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ уравнение с разделяющимися переменными

- b) () однородное уравнение первого порядка
c) () линейное уравнение первого порядка
d) () уравнение Бернулли

46. Определите тип уравнения $\cos x dx - x dy = 0$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
b) () однородное уравнение первого порядка
c) () линейное уравнение первого порядка
d) () уравнение Бернулли

47. Каким признаком сходимости следует воспользоваться для исследования на

$$a_n = \frac{3^n}{(2^n)!}$$

сходимость следующего ряда:

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () признак Коши
b) () признак Даламбера
c) () интегральный
d) () признак Лейбница

48. Ряд Маклорена получается из ряда Тейлора:

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () при $x = -1$
b) () при $x = 1$
c) () при $x = 0$
d) () при $x = 2$

49. При решении неоднородного дифференциального уравнения второго порядка нужно последовательно выполнить следующие действия: 1. Записать решение однородного уравнения. 2. Записать частное решение неоднородного уравнения. 3. Найти решение полученного уравнение методом неопределённых коэффициентов. 4. Решить характеристическое уравнение. 5. Указать сумму решения однородного и неоднородного уравнения

Тип вопроса: **Открытый**

50. Радиус сходимости некоторого степенного ряда равен $R = 5$, тогда интервал сходимости имеет вид:

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () $(-5; 5)$;
b) () $(-5; 0)$;
c) () $(0; 5)$;
d) () $(-5; 0) \cup (0; 5)$;

51. Интервал сходимости некоторого степенного ряда имеет вид $(-5; 5)$. Причем, при $x = -5$ соответствующий числовой ряд сходится, а при $x = 5$ – расходится. Тогда область сходимости имеет вид:

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ $[-5; 5]$;
- b) ☐ $(-5; 5)$;
- c) ☐ $(-5; 5]$;
- d) ☐ $[-5; 5)$;

52. Определите тип уравнения $(y+1)dx - (1-x)dy = 0$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ уравнение с разделяющимися переменными
- b) ☐ однородное уравнение первого порядка
- c) ☐ линейное уравнение первого порядка
- d) ☐ уравнение Бернулли

53. Знакопередающийся ряд $P_1 - P_2 + P_3 - P_4 + \dots + (-1)^{n+1} P_n + \dots (P_i > 0)$ сходится (признак Лейбница), если

a) $P_1 < P_2 < P_3 < P_4 < \dots < P_n < \dots$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = 0$

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{P_n} = 0$

г) $P_1 > P_2 > P_3 > P_4 > \dots > P_n > \dots$

д) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_{n+1}}{P_n} = 0$

е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_n}{P_{n+1}} = 0$

Тип вопроса: **Множественный выбор**

- a) ☐ а
- b) ☐ б
- c) ☐ в
- d) ☐ г
- e) ☐ д
- f) ☐ е

54. Определите тип уравнения $y' + 2xy = e^x$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ уравнение с разделяющимися переменными
- b) ☐ однородное уравнение первого порядка
- c) ☐ линейное уравнение первого порядка
- d) ☐ уравнение Бернулли

55. Для линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = -2x$ укажите вид его частного решения с неопределенными коэффициентами:

1. $y = Ax + B$
2. $y = Ax^2 + Bx + C$
3. $y = Ax^2 + Bx$
4. $y = A(x + Bx)$

Тип вопроса: Открытый

56. Из приведенных дифференциальных уравнений не является уравнением Бернулли:

- а) $y'x + y = -xy^2$ б) $y' + y = 5xy^3$ в) $y' = x^3 y^3 - xy$
г) $y' = xy^2 - xy$ д) $y' = x + y$ е) $xy' = 2y = x^2$

Тип вопроса: Множественный выбор

- а) ☐ а
б) ☐ б
в) ☐ в
г) ☐ г
д) ☐ д
е) ☐ е

$$y' + \frac{2y}{x+1} = y^2(x+5)$$

57. Определите тип уравнения

Тип вопроса: Одиночный выбор

- а) ☐ уравнение с разделяющимися переменными
б) ☐ однородное уравнение первого порядка
в) ☐ линейное уравнение первого порядка
г) ☐ уравнение Бернулли

58. К применению признака сравнения не относятся следующие условия:

Тип вопроса: Множественный выбор

- а) ☐ дан ряд, сходимость которого известна
б) ☐ оба ряда дифференцируются
в) ☐ дан ряд, расходимость которого известна
г) ☐ дан ряд, сходимость которого известна
д) ☐ используется геометрический ряд
е) ☐ вычисляются интегралы общих членов рядов

59. Каким признаком сходимости следует воспользоваться для исследования на

$$a_n = \frac{3^n}{(2^n)^2}$$

сходимость следующего ряда:

Тип вопроса: Множественный выбор

- а) ☐ признак Коши

- b) ☐ признак Даламбера
- c) ☐ интегральный признак
- d) ☐ признак Лейбница
- e) ☐ теорема сравнения
- f) ☐ признак Лейбница

60. Какой из рядов является сходящимся. (введите номер правильного ответа)

1. $1 + \frac{4}{3} + \frac{16}{9} + \dots + \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1} + \dots$
2. $1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$
3. $1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n-1} + \dots$
4. $\frac{10}{1001} + \frac{20}{2002} + \dots + \frac{10n}{1000n+1} + \dots$

Тип вопроса: Открытый

61. Определите тип уравнения: $y' + 2x^2 y = y^5 e^x$

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) ☐ уравнение с разделяющимися переменными
- b) ☐ однородное уравнение первого порядка
- c) ☐ линейное уравнение первого порядка
- d) ☐ уравнение Бернулли

62. Каким признаком сходимости следует воспользоваться для исследования на

$$a_n = \frac{n+1}{2^n(n+1)!}$$

сходимость следующего ряда

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) ☐ признак Коши
- b) ☐ признак Даламбера
- c) ☐ интегральный
- d) ☐ признак Лейбница

63. Определите тип уравнения $x^2 y' = x^2 - xy$

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) ☐ уравнение с разделяющимися переменными
- b) ☐ однородное уравнение первого порядка
- c) ☐ линейное уравнение первого порядка
- d) ☐ уравнение Бернулли

64. Определите тип уравнения $y' = \frac{x-y}{x+y}$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение Бернулли

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+2)^{2n}}$$

- a) $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$
- б) $(-\infty; -3)$
- в) $(-3; -1)$
- г) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

65. Найти область сходимости ряда

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () а
- b) () б
- c) () в
- d) () г

66. Для линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 4y = 10$ укажите вид его частного решения с неопределенными коэффициентами:

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () $y = AX + B$
- b) () $y = Ax$
- c) () $y = A$
- d) () $y = A(x - B)$

67. Из приведенных дифференциальных уравнений первого порядка линейным дифференциальным уравнением является:

- a) $y' + P(x)y = Q(x)$
- б) $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$
- в) $y' + P(y) = Q(x)$
- г) $y' + P(x)y = Q(x)y^n$
- д) $y' = P(x)Q(y)$
- е) $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$

Тип вопроса: **Множественный выбор**

- a) [] а
- b) [] б
- c) [] в
- d) [] г
- e) [] д
- f) [] е

68. Определите тип уравнения $y' + 7y = x^2$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение Бернулли

69. Ряд, составленный из членов геометрической прогрессии

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ сходится при $|q| < 1$
- b) ☐ сходится при $|q| \geq 1$
- c) ☐ расходится $|q| < 1$
- d) ☐ расходится при любом q

70. Всякий степенной ряд с интервалом сходимости $(-R, R)$ можно почленно умножать на постоянное число, причём

Тип вопроса: **Множественный выбор**

- a) ☐ сумма ряда $S(x)$ также умножится на это число
- b) ☐ сумма ряда $S(x)$ увеличится на это число в квадрате
- c) ☐ радиус и интервал сходимости ряда не изменится
- d) ☐ радиус и интервал сходимости ряда увеличатся на это число
- e) ☐ радиус увеличится на это число, а интервал сходимости ряда не изменится
- f) ☐ радиус ряда не изменится, а интервал сходимости увеличатся на это число

71. Каким признаком сходимости следует воспользоваться для исследования на

$$a_n = \frac{1}{(n+1)\ln[\ln(n+1)]^2}$$

сходимость следующего ряда:

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ признак Коши
- b) ☐ признак Даламбера
- c) ☐ интегральный
- d) ☐ признак Лейбница

72. Гармонический ряд сходиться

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ верно
- b) ☐ неверно

73. Признак Коши сходимости числового ряда с положительными членами заключается

- a) $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q$
- б) $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{P_k} = q$
- в) $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q$
- г) $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_k}{P_{k+1}} = q$
- д) $q < 1$ - ряд расходится
- е) $q < 1$ - ряд сходится

в том, что

Тип вопроса: Множественный выбор

- a) ☐ а
- b) ☐ б
- c) ☐ в
- d) ☐ г
- e) ☐ д
- f) ☐ е

74. Из приведенных дифференциальных уравнений дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является:

- a) $y' + P(x)y = Q(x)$ б) $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ в) $P(y)x dx + Q(x)x dy = 0$
в) $y' + P(x)y = Q(x)y^n$ г) $y' = P(x)Q(y)$ д) $y' + P(x)y^n = Q(x)y^n$

Тип вопроса: Множественный выбор

- a) ☐ а
- b) ☐ б
- c) ☐ в
- d) ☐ г
- e) ☐ д
- f) ☐ е

75. Каким признаком сходимости следует воспользоваться для исследования на

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^n$$

сходимость следующего ряда

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) ☐ признак Коши
- b) ☐ интегральный
- c) ☐ признак Лейбница
- d) ☐ невозможно определить

76. Определите тип уравнения $xy' + y \sin x = \operatorname{tg} x$

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) ☐ уравнение с разделяющимися переменными
- b) ☐ однородное уравнение первого порядка
- c) ☐ линейное уравнение первого порядка
- d) ☐ уравнение Бернулли

$$u_1(x) + u_2(x) + \dots + u_n(x) + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$$

77. Выражение

называется

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) ☐ функциональным рядом
- b) ☐ знакоположительным рядом
- c) ☐ знакоотрицательным рядом
- d) ☐ степенным рядом

78. Уравнение, содержащее независимую переменную, искомую функцию, производные этой функции, называется:

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ тригонометрическим
- b) ☐ дифференциальным
- c) ☐ квадратным
- d) ☐ диофантовым

79. Каким признаком сходимости следует воспользоваться для исследования на

$$c_n = \frac{1}{(2n+7)\ln(2n+7)}$$

сходимость следующего ряда

Тип вопроса: **Множественный выбор**

- a) ☐ признак Коши
- b) ☐ признак Даламбера
- c) ☐ интегральный признак
- d) ☐ признак Лейбница
- e) ☐ теорема сравнения
- f) ☐ признак Веерштрасса

80. Из приведенных дифференциальных уравнений является уравнением Бернулли:

- a) $y' + P(x)y = Q(x)$ б) $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ в) $y' + P(x)y = Q(x)y$
г) $y' + P(x)y = Q(x)y^n$ д) $y' = P(x)Q(y)$ е) $y' = P(x) + Q(y)$

Тип вопроса: **Множественный выбор**

- a) ☐ а
- b) ☐ б
- c) ☐ в
- d) ☐ г
- e) ☐ д
- f) ☐ е

81. Определите порядок дифференциального уравнения

$$(y^{-1} - \operatorname{tg} x)dx - (xy^{-2} + y^3)dy = 0.$$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ дифференциального уравнения 1- порядка
- b) ☐ дифференциального уравнения 2- порядка
- c) ☐ дифференциального уравнения 3- порядка
- d) ☐ дифференциального уравнения 4- порядка

82. Определите порядок дифференциального уравнения $y''' \operatorname{tg} x = 2y''$.

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ дифференциального уравнения 1- порядка
- b) ☐ дифференциального уравнения 2- порядка
- c) ☐ дифференциального уравнения 3- порядка
- d) ☐ дифференциального уравнения 4- порядка

83. Всякое отдельно взятое решение дифференциального уравнения называется его

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ частным решением
- b) ☐ общим решением
- c) ☐ отдельным решением
- d) ☐ начальным решением

84. Составление характеристического уравнения — это этап решения

Тип вопроса: **Множественный выбор**

- a) ☐ однородного уравнения дифференциального первого порядка
- b) ☐ однородного уравнения дифференциального второго порядка
- c) ☐ линейного дифференциального уравнения
- d) ☐ уравнения Бернулли
- e) ☐ уравнения в полных дифференциалах
- f) ☐ однородного уравнения дифференциального третьего порядка

85. Укажите частное решение дифференциального уравнения $xy' = 1$ при $y(0)=6$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ $y = \ln|x|+6$
- b) ☐ $y = \ln|x|-6$
- c) ☐ $y = \ln|x|+5$
- d) ☐ $y = -\ln|x|+6$

86. Признак Даламбера сходимости числового ряда с положительными членами заключается в том, что

- a) $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q$ б) $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{P_k} = q$ в) $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q$ г) $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_k}{P_{k+1}} = q$
- г) $q < 1$ - ряд расходится е) $q < 1$ - ряд сходится

Тип вопроса: **Множественный выбор**

- a) ☐ а
- b) ☐ б
- c) ☐ в
- d) ☐ г
- e) ☐ д
- f) ☐ е

87. Признаком Даламбера удобно пользоваться, если общий член ряда

Тип вопроса: **Множественный выбор**

- a) ☐ содержит факториал
- b) ☐ содержит показательную функцию
- c) ☐ содержит тригонометрическую функцию
- d) ☐ извлекается «n»-ая степень из общего члена ряда
- e) ☐ содержит обратную тригонометрическую функцию
- f) ☐ содержит комплексное число

88. Каким признаком сходимости следует воспользоваться для исследования на

$$b_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n},$$

сходимость следующего ряда

Тип вопроса: Множественный выбор

- a) ☐ признак Коши
- b) ☐ теоремой сравнения
- c) ☐ признак Даламбера
- d) ☐ интегральный
- e) ☐ признак Лейбница
- f) ☐ необходимый признак

89. Если последовательность частных сумм ряда расходится (не имеет предела, или имеет бесконечный предел), то ряд называется

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) ☐ сходящимся
- b) ☐ знакоперевающимся
- c) ☐ интегральный
- d) ☐ расходящимся

90. Из приведенных дифференциальных уравнений не является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными:

- a) $y' = y \cos x$ б) $(x+2)dx + (y+1)dy = 0$ в) $x dx + x dy = 0$
в) $y' = e^{x+y}$ г) $2xyy' = y^2 - 4y^2$ д) $2xy^2 y' = y^3 - y^3$

Тип вопроса: Множественный выбор

- a) ☐ а
- b) ☐ б
- c) ☐ в
- d) ☐ г
- e) ☐ д
- f) ☐ е

91. Ряд $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^3} - \dots + \frac{1}{(2n-1)^3} - \frac{1}{(2n)^2} + \dots;$ является

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) ☐ степенным
- b) ☐ знакоотрицательным
- c) ☐ знакоперевающимся
- d) ☐ Знакоположительным

92. При решении примеров признак Коши целесообразнее применять в том случае, когда извлекается «n»-ая степень из общего члена ряда.

Тип вопроса: Одиночный выбор

- a) ☐ верно
- b) ☐ неверно

93. Определите тип уравнения $(2x + 3y)dx + (3x + 2y)dy = 0$;

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ уравнение с разделяющимися переменными
- b) ☐ однородное уравнение первого порядка
- c) ☐ линейное уравнение первого порядка
- d) ☐ уравнение в полных дифференциалах

94. Определите тип уравнения $\cos x dx - (1-x)dy = 0$

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ уравнение с разделяющимися переменными
- b) ☐ однородное уравнение первого порядка
- c) ☐ линейное уравнение первого порядка
- d) ☐ уравнение Бернулли

$$a_n = \frac{(n+1)!}{7^n}$$

95. Третий член ряда равен

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ 5/49
- b) ☐ 5/2401
- c) ☐ 24/49
- d) ☐ 24/2401

$$y' + \frac{y}{\cos x} = y^3(x-5)$$

96. Определите тип уравнения

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ уравнение с разделяющимися переменными
- b) ☐ однородное уравнение первого порядка
- c) ☐ линейное уравнение первого порядка
- d) ☐ уравнение Бернулли

97. К достаточным признакам не относятся:

Тип вопроса: **Одиночный выбор**

- a) ☐ признак Коши
- b) ☐ интегральный признак
- c) ☐ признак Даламбера
- d) ☐ необходимый признак

98. Для решения линейного дифференциального уравнения используют замену:

1. $y = uv$
2. $y = ux$
3. $x = uy$
4. $y = u + x$

(введите номер правильного ответа)

Тип вопроса: **Открытый**

99. Для решения однородного дифференциального уравнения используют замену:

1. $y = uv$
2. $y = ux$
3. $x = uy$
4. $y = u + x$

(введите номер правильного ответа)

Тип вопроса: Открытый

100. Определите тип уравнения $(y+1)dx - (1-x)dy = 0$

Тип вопроса: Единичный выбор

- a) () уравнение с разделяющимися переменными
- b) () однородное уравнение первого порядка
- c) () линейное уравнение первого порядка
- d) () уравнение Бернулли

Шкала оценивания:

Процент выполненных тестовых заданий	Количество набранных баллов
91% - 100%	Отлично 20 баллов
81% - 90%	Отлично 18 баллов
71% - 80%	Хорошо 16 баллов
61% - 70%	Удовлетворительно 14 баллов
51% - 60%	Удовлетворительно 10 баллов
<50%	Неудовлетворительно 0 баллов